



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**MODELAGEM MATEMÁTICA ACOPLADA A TÉCNICAS DE APRENDIZADO DE  
MÁQUINA PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO TERMODINÂMICO DE  
REGENERADORES MAGNÉTICOS ATIVOS**

Gabriel de Freitas Hardeman

Belo Horizonte  
2021

Gabriel de Freitas Hardeman

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**ENGENHARIA MECÂNICA**  
**TRABALHO DE GRADUAÇÃO II - 1º SEMESTRE 2021**

NOME: GABRIEL DE FREITAS HARDEMAN ( ) NOTURNO (x) DIURNO

Título do TG II: MODELAGEM MATEMÁTICA ACOPLADA A TÉCNICAS DE APRENDIZADO DE MÁQUINA PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO TERMODINÂMICO DE REGENERADORES MAGNÉTICOS ATIVOS

Autorizo o Colegiado do Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da UFMG publicar, por via eletrônica, a íntegra de minha monografia do Trabalho de Graduação II. Declaro ainda que esta monografia não contém qualquer forma de plágio.

Assinatura do Autor: GABRIEL DE FREITAS HARDEMAN 29079616

**AVALIAÇÃO DA APRESENTAÇÃO DE TG**  
**II PELA BANCA**

<p style="text-align: center;"><b>Tópicos a avaliar:</b>                  (§2º, Resolução 02/2007 do Colegiado do Curso de Engenharia Mecânica)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Fundamentação teórica do problema;</li> <li>● Consistência dos resultados;</li> <li>● Organização do texto da monografia;</li> <li>● Qualidade da redação da monografia;</li> <li>● Qualidade da apresentação.</li> </ul>			
	Duração da apresentação: 15 a 20 minutos			
Membros da banca	Orientador	Exam. 1	Exam. 2	Exam. 3(*)
Notas (Max 100 pontos)	95	95	95	

(\*): Se existente

**ASSINATURAS DOS MEMBROS DA BANCA APÓS A DEFESA**

ORIENTADOR :	ASSINATURA: Paulo Vinicius Trevizoli (66092791)
EXAMINADOR 1:	ASSINATURA: Márcio Fonte-Boa Cortez (66207991)
EXAMINADOR 2:	ASSINATURA: Antônio A. Torres Maia (62701699)
EXAMINADOR 3: (se existente)	ASSINATURA: _____
Data da apresentação: 20/08/ 2021	Local da apresentação: MS-TEAMS

Média das notas dos membros da banca	95
Nota antes da entrega da Versão Final do TG II:	95

Aprovação final Prof. HORACIO V DUARTE no lançamento da nota no Diário de Classe.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ENGENHARIA MECÂNICA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO II (TG II)**

**Esta versão da monografia de autoria de GABRIEL DE FREITAS HARDEMAN, intitulada MODELAGEM MATEMÁTICA ACOPLADA A TÉCNICAS DE APRENDIZADO DE MÁQUINA PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO TERMODINÂMICO DE REGENERADORES MAGNÉTICOS ATIVOS, está revisada e atende às recomendações da Banca Examinadora, em conformidade com a formatação requerida, sendo, assim, considerada versão final.**

**8 de setembro de 2021, PAULO V. TREVIZOLI**

**MODELAGEM MATEMÁTICA ACOPLADA A TÉCNICAS DE APRENDIZADO DE  
MÁQUINA PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO TERMODINÂMICO DE  
REGENERADORES MAGNÉTICOS ATIVOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Paulo Vinicius Trevizoli

Belo Horizonte  
2021  
Gabriel de Freitas Hardeman

*Dedico esse trabalho à vida do novo Hardeman  
que está por vir e à sua mãe, Isabela Hardeman.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais, Lilia Gonçalves de Freitas e Peter Robert Hardeman, à minha irmã, Isabela Hardeman, e aos meus avós, Orlando Gonçalves de Freitas e Bernadete Gonçalves de Freitas, por todo o apoio, compreensão e carinho que me deram não somente durante o processo de realização desse trabalho, mas por toda a vida.

Por fim, mas não menos importante, gostaria de agradecer ao meu orientador, Paulo Vinicius Trevizoli, por ter me guiado e ensinado sobre o tema do trabalho, sempre com muita paciência e disponibilidade.

*“Ain't gon' worry, just live till you die.”  
(In The Fade, Queens of the Stone Age)*

## RESUMO

As atuais pautas ambientais pressionam para que se desenvolvam sistemas de refrigeração cada vez mais eficientes e que não utilizem agentes nocivos ao meio ambiente. Esse movimento causou grandes mudanças nos sistemas de refrigeração disponíveis atualmente, que, em sua maioria, utilizam o ciclo de compressão mecânica de vapor, porém, essa não foi a única consequência. Outra consequência direta foi a busca por tecnologias alternativas que fossem capazes de realizar o processo de bombeamento de calor. Nesse contexto, o Efeito Magnetocalórico e a sua aplicação em sistemas de refrigeração magnética desponta dentre as tecnologias mais promissoras. Contudo, apesar das mais de três décadas de pesquisas e desenvolvimentos acerca dos chamados Regeneradores Magnéticos Ativos (AMR), ainda existem diversos parâmetros a serem estudados com mais propriedade, sendo um deles a geometria ideal para aplicar o material magnetocalórico como refrigerante do estado sólido e matriz regenerativa. As pesquisas em nível de laboratório ainda são muito dependentes de avaliações experimentais e de modelos matemáticos complexos, em que ambas as frentes de pesquisa demandam elevados custos e tempo, o que atrasa a concepção de protótipos comercialmente viáveis. Neste sentido, o presente trabalho propõe o desenvolvimento de um modelo matemático simplificado acoplado a técnicas de aprendizado de máquina, com o intuito de avaliar diferentes condições de operação e geometrias de regenerador. Entende-se que as condições de operação e geometrias que apresentarem um desempenho satisfatório, isto é, elevadas capacidades de refrigeração associadas à baixas potências de bombeamento, poderiam ser futuramente testadas experimentalmente economizando, portanto, recursos humanos e financeiros. O modelo desenvolvido apresentou uma alta confiabilidade, com um coeficiente de determinação de 0.994, superando aos demais modelos treinados para efeitos comparativos. Ainda foi possível levantar curvas de Capacidade de Refrigeração variando com  $\Delta T$  do sistema, assim como curvas de  $\Delta T_{\text{máx}}$  do sistema.

**Palavras Chave:** Refrigeração, Efeito Magnetocalórico, Regenerador Magnético Ativo, Modelo Matemático Simplificado, Redes Neurais.



## ABSTRACT

The current environmental concerns put under pressure the development of more efficient and environmentally friendly refrigeration systems. This wave resulted in important changes in the current refrigeration systems which are based on the vapor compression, but this was not the only consequence. Another direct one was the search for alternative technologies able to be successfully employed as a heat pump. In this context, the Magnetocaloric Effect and its application in magnetic refrigeration systems advances as one of the most prominent technologies. Although the Active Magnetic Regenerators (AMRs) have been studied and developed for more than three decades, there are several parameters that still need to be studied more closely, and one of those is the solid magnetocaloric material geometry to be employed as refrigerant and regenerative matrix. Lab level research is heavily dependent on experimental evaluations and complex mathematical models, that are costly of both time and money, which have been delaying the development of commercially viable prototypes. In this direction, the present work proposes the development of a simplified mathematical model coupled with machine learning algorithms, with the intention of evaluate different operating conditions and regenerator geometries. It is assumed that operating conditions and geometries that guarantee a satisfactory performance, i.e., high cooling capacities associated with low pumping power could be henceforward experimentally tested, saving, therefore, human and financial resources. The developed model presented high reliability, with a coefficient of determination of 0.994, surpassing the other models trained for comparative purpose. Using the model, it was possible also to generate graphs of the Cooling Capacity by the system's  $\Delta T$ , as well as graphs of the system's  $\Delta T_{\text{máx}}$ .

**Keywords:** Refrigeration, Magnetocaloric Effect, Active Magnetic Regenerator, Simplified Mathematical Model, Neural Networks.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

### Figuras

Figura 2.1 – Tipos de regeneradores .....	22
Figura 3.1.a – Ciclo de Brayton ideal.....	31
Figura 3.1.b – Ciclo obtido a partir do procedimento proposto .....	31
Figura 3.2 – Função de ativação Unidade Linear Retificada (ReLU) .....	34
Figura 3.3 – Diagrama do processo de treinamento do modelo .....	35

### Gráficos

Gráfico 4.1 – Comparativo entre o resultado experimental e previsto pelo modelo de rede neural.....	38
Gráfico 4.2 – Comparativo entre o resultado experimental e o previsto pelo modelo de regressão linear .....	40
Gráfico 4.3 – Capacidade de Refrigeração por diferença de temperatura para frequência de 0.25 Hz e diferentes Fatores de Utilização .....	42
Gráfico 4.4 – Capacidade de Refrigeração por diferença de temperatura para frequência de 0.5 Hz e diferentes Fatores de Utilização .....	42
Gráfico 4.5 – Capacidade de Refrigeração por diferença de temperatura para frequência de 1 Hz e diferentes Fatores de Utilização .....	43
Gráfico 4.6 – Capacidade de Refrigeração por fator de utilização para diferentes $\Delta T_{Hex}$ e frequência de 0.5 Hz .....	43
Gráfico 4.7 – Máximo valor de $\Delta T_{Hex}$ variando com o fator de utilização e frequência	45

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 3.1 – Parâmetros geométricos e estruturais do AMR.....</b>	<b>25</b>
<b>Tabela 3.2 – Condições de operação aplicados ao AMR.....</b>	<b>26</b>
<b>Tabela 3.3 – Associações de parâmetros de entrada com equações .....</b>	<b>32</b>
<b>Tabela 4.1 – Resultados dos modelos .....</b>	<b>37</b>
<b>Tabela 4.2 – Condições de entrada para novos testes da rede neural.....</b>	<b>41</b>

## LISTA DE SIGLAS

### Siglas

AMR	<i>Active Magnetic Regenerator</i>
ReLu	<i>Rectified Linear Unit</i>
NTU	<i>Number of Transfer Units</i>
COP	<i>Coefficient of Performance</i>
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
RMSE	<i>Root Mean Squared Error</i>
MAE	<i>Mean Average Error</i>
R2	<i>Coefficient of determination</i>
EMC	Efeito Magnetocalórico
CFC	Clorofluorcarboneto
HFC	Hidrofluorcarbonetos

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Área da seção transversal
$s$	Entropia total do material
$s_{mag}$	Entropia magnética
$s_{ele}$	Entropia eletrônica
$s_{lat}$	Entropia da rede
$B$	Densidade do fluxo magnético externo
$\Delta B$	Variação da densidade do fluxo magnético externo
$B_{final}$	Densidade do fluxo magnético externo no final do processo
$B_{inicial}$	Densidade do fluxo magnético externo no do processo
$\Delta s_{mag}$	Variação da entropia magnética
$\Delta s_{isoT}$	Variação isotérmica da entropia total
$\Delta T_{ad}$	Variação de temperatura em processo adiabático
$L_{AMR}$	Comprimento da carcaça do AMR

$D_{AMR}$	Diâmetro da carcaça do AMR
$d_p$	Diâmetro de partículas das esferas de Gd
$\varphi_f$	Porosidade
$M$	Massa total de Gd
$T_H$	Temperatura reservatório quente
$T_C$	Temperatura reservatório frio
$\Delta T_{Hex}$	Diferença de temperatura entre os reservatórios
$\Delta T_{AMR}$	Diferença de temperatura no AMR
$T_{Amb}$	Temperatura ambiente
$f$	Frequência de operação
$\dot{m}$	Vazão mássica
$\phi$	Fator de utilização
$T_H$	Temperatura reservatório quente
$c_{pf}$	Calor específico do fluido
$T_{H,end}$	Temperatura do reservatório quente ao final do <i>hot blow</i>
$T_{C,end}$	Temperatura do reservatório frio ao final do <i>hot blow</i>
$\bar{T}$	Temperatura média
$\tau_e$	Tempo de escoamento
$c_s$	Calor específico do Gd
$\dot{Q}_C$	Capacidade de Refrigeração
$\alpha_i$	Coefficiente do método de Regressão linear
$\dot{Q}_{HB}^{act}$	Parcela ativa de calor associada ao <i>hot blow</i>
$\dot{Q}_{HB}^{pas}$	Parcela passiva de calor associada ao <i>hot blow</i>
$\dot{Q}_{span}$	Parcela de calor associada à diferença de temperatura no regenerador
$\dot{W}_{pump}$	Potência de bombeamento do fluido através do AMR
$\dot{Q}_{cond,f}$	Taxa de calor transferida por condução axial pelo fluido
$\dot{Q}_{cond,s}$	Taxa de calor transferida por condução axial pelo sólido
$\dot{W}_{mag}$	Taxa de trabalho magnético do AMR
$F_B$	<i>Blow Fraction</i>
$\Delta T_{demag}$	Diferença de temperatura devido ao efeito magnetocalórico
$B_{int,res}$	Campo magnético interno resultante

$B_{apl}$	Campo magnético aplicado
$B_{des}$	Campo desmagnetizante interno
$\rho_s$	Densidade do Gd
$N_d$	Fator de desmagnetização
$B_{max}$	Campo magnético máximo aplicado
$B_{min}$	Campo magnético mínimo aplicado
$\varepsilon_{HB}$	Efetividade do regenerador no <i>hot blow</i>
$k^{eq}$	Condutividades térmicas equivalentes para as fases contidas do meio poroso
$k_s^{eq}$	Condutividade térmica equivalente do sólido
$k_f^{eq}$	Condutividade térmica equivalente do fluido
$\rho_f$	Densidade do fluido
$D_{  }$	Dispersão axial
$\alpha_f$	Difusividade térmica do fluido
$Pe_{dp}$	Número de Peclet
$\dot{V}_f$	Vazão volumétrica de fluido
$\Delta P$	Perda de carga no AMR
$d_h$	Diâmetro hidráulico do meio poroso
$u$	Velocidade superficial do escoamento
$\mu_f$	Viscosidade do fluido
$\Delta w_j$	Atualização de peso
$\epsilon$	Efetividade do trocador de calor
$A$	Área de troca de calor
$h$	Coefficiente de transferência de calor
$C$	Capacidade de transferência de calor do escoamento
$C_r$	Capacidade de transferência de calor do AMR
$Pr$	Número de Prandtl
$\nu$	Viscosidade cinemática
$\alpha_d$	Difusividade térmica
$I_n$	Função de Bessel modificada de ordem $n$
$k_f$	Condutividade térmica do fluido

## SUMÁRIO

	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
1.1	OBJETIVO GERAL .....	17
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	18
	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>19</b>
2.1	O EFEITO MAGNETOCALÓRICO .....	19
2.2	FUNCIONAMENTO DE UM REGENERADOR MAGNÉTICO ATIVO (AMR). 20	
1	2.3 ESTADO DA ARTE DE PROTÓTIPOS E MODELOS MATEMÁTICOS DE AMRS .....	22
	2.4 REDES NEURAIS E APRENDIZADO DE MÁQUINA .....	24
2	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>24</b>
3.1	DADOS DO SISTEMA .....	25
3.2	MODELO MATEMÁTICO .....	27
3.3	SELEÇÃO DE PARÂMETROS DE ENTRADA.....	31
3.4	CONFIGURAÇÃO DO MODELO.....	33
	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>36</b>
3	4.1 COMPARAÇÃO DOS MODELOS DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL PROPOSTOS.....	36
	4.2 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS PREVISTOS PELA REDE NEURAL.....	38
	4.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS PREVISTOS PELA REGRESSÃO LINEAR.....	39
4	4.4 AVALIAÇÃO DA REDE NEURAL TREINADA EM PREVER A CAPACIDADE DE REFRIGERAÇÃO SOB NOVAS CONDIÇÕES DE TEMPERATURAS.....	40
	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>46</b>
	5.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS .....	47
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>48</b>
	<b>ANEXO A – CORRELAÇÕES DE EFETIVIDADE, CONDUTIVIDADE TÉRMICA DO SÓLIDO E NTU.....</b>	<b>53</b>

## INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de sistemas de refrigeração, isto é, máquinas térmicas capazes de diminuir a temperatura de corpos e de fluidos abaixo da temperatura ambiente, trouxe grandes melhorias de qualidade de vida dos seres humanos. As aplicações destes sistemas vão desde a conservação e distribuição de alimentos, passando por sistemas de condicionamento de ar para promover o conforto térmico, até aplicações médico-hospitalares e farmacêuticas, dentre outras fundamentais para a sociedade contemporânea. Um outro exemplo bastante atual é a engenharia e logística para produção e distribuição de vacinas para o combate a pandemia do novo coronavírus, causador da doença Covid-19, uma vez que todas as vacinas produzidas necessitam de um sistema de refrigeração específico para mantê-las refrigeradas em temperaturas que podem chegar até  $-80^{\circ}\text{C}$  (Ministry of Health, USA, 2021).

Diante dos diferentes nichos de aplicação desses sistemas, tem-se buscado torná-los mais eficientes, compactos, ambientalmente sustentáveis e econômicos, principalmente. Dessa forma, se faz necessário explorar novas possibilidades. No que diz respeito aos sistemas baseados na compressão mecânica de vapor, busca-se desde novos fluidos refrigerantes, menos agressivos ao meio ambiente, até novos compressores, com diferentes mecanismos de compressão (MCLINDEN e HUBER, 2020). Busca-se também o desenvolvimento de tecnologias alternativas, como sistemas de absorção (SRIKHIRIN et al., 2020), ciclo a ar – Stirling (GETIE et al., 2020), baseados no efeito Peltier (ZAO e TAN, 2015) e, mais recentemente, sistemas calóricos de refrigeração (TAKEUCHI e SANDEMAN, 2015).

Uma das primeiras invenções no campo da refrigeração foi proposta em 1755 por William Cullen (HORBANIUC, 2004). Tratava-se de um dispositivo que utilizava uma bomba de vácuo e o fluido dietil éter, e que foi capaz demonstrar o princípio da refrigeração por evaporação de um fluido volátil. Apesar do grande avanço para a época, este dispositivo não era capaz de produzir um ciclo contínuo, sendo necessário a reposição do dietil éter e, portanto, não tratava-se de um sistema com aplicações práticas. Somente em 1834 foi criada, por Jacob Perkins, a primeira máquina de refrigeração, baseada na compressão mecânica de vapor e operando de forma cíclica (PERKINS, 1834). Os primeiros dispositivos de refrigeração foram propostos para produzir gelo por um meio artificial. Nas décadas seguintes esses sistemas evoluíram até que, em 1913, Fred W. Wolf desenvolveu os primeiros refrigeradores para uso doméstico, porém, houve pouca aceitação devido a periculosidade dos fluidos refrigerantes utilizados à época, como o dióxido de enxofre (WOLF, 1913).



Na década de 1930, o uso dos cloro-fluor-carbonos (CFCs) – os quais já eram substâncias conhecidas – foi proposto. Estes fluidos garantiam segurança no seu uso, não sendo tóxicos ou inflamáveis. Porém, décadas mais tarde descobriu-se que estes fluidos agridem a camada de ozônio, causando grande impacto ambiental, sendo posteriormente banidos de acordo com o Protocolo de Montreal (1987). Na década de 1990, os CFCs passaram a ser substituídos pelos HCFCs, que anos mais tarde, foram identificados como potencializadores do efeito estufa. Estes foram banidos pelo Protocolo de Kyoto (1996), e substituídos pelos HFCs, que ainda possuem um elevado *Global Warming Potential (GWP)*<sup>1</sup>. Os HFCs já estão em vias de serem banidos, conforme acordos climáticos mais recentes.

Atrelado à dificuldade de encontrar um fluido refrigerante que não cause nenhum impacto ambiental, destaca-se também as décadas de desenvolvimento dos sistemas de refrigeração por compressão mecânica de vapor. Este fato, por um lado, garante a maturidade e robustez a esse tipo de sistema, porém, é um grande desafio de engenharia conseguir melhorar a sua eficiência energética. Neste contexto, são propostas tecnologias alternativas que buscam o desenvolvimento de sistemas conceitualmente mais simples, eficientes e ambientalmente corretos. Dentre elas, destaca-se a refrigeração magnética, baseada no Efeito Magnetocalórico (EMC) (PECHASKY et al. 2001; SMITH, 2013), e que teve seu início pelo estudo de Brown (1976).

Os sistemas refrigeração magnética atuais baseiam-se no princípio da regeneração térmica ativa, que foi proposta pela patente de Barclay e Steyert (1989) e posteriormente comprovada paralelamente por Zimm et al (1998), Rowe (2001) e Hirano (2002). O denominado Regenerador Magnético Ativo (AMR) aplica um sólido magnético com elevado Efeito Magnetocalórico como refrigerante do estado sólido e matriz regenerativa, logo, tem como princípio a variação de temperatura de certos materiais quando magnetizados e desmagnetizados. Dessa forma, por meio da indução magnética intermitente é possível transferir calor de um reservatório frio para um quente consumindo uma quantidade de trabalho magnético, assim, obtendo-se um sistema de refrigeração.

Traçando uma linha do tempo a partir da patente sobre regeneradores magnético ativos, proposta por Barclay e Steyert (1989), esta tecnologia conta com mais de três décadas de pesquisas e desenvolvimentos. Contudo, o atual estado da arte ainda requer estudos para que

---

<sup>1</sup> Global Warming Potential (GWP) é uma medida criada com a finalidade de comparar os impactos de diferentes gases lançados na atmosfera. É calculada como a energia absorvida pela Terra pela presença do dado gás, através do efeito de forçamento radiativo, relativamente a um gás de referência, normalmente o dióxido de carbono.

sua aplicação seja viável, especialmente no que diz respeito aos materiais com efeito magnetocalórico, processos de fabricação para tornar tais materiais aplicáveis, e geometrias de AMRs capazes de reproduzir um sistema de refrigeração magnética compacto e eficiente. Um outro empecilho desta tecnologia de bombeamento de calor é o custo que limita muito sua aplicação, principalmente no uso doméstico, bem como ainda não há um nicho específico.

Recentemente, Trevizoli (2015) propôs o estudo teórico-experimental de três geometrias de AMRs: esferas empacotadas, banco de pinos e placas paralelas. A geometria de esferas empacotadas é tida como a geometria de referência para AMRs, especialmente devido a facilidade de montagem da matriz regenerativa, bem como por apresentarem elevada capacidade de refrigeração associada à perdas de carga demasiadamente acentuadas. Comparativamente, Trevizoli (2015) encontrou que os bancos de pinos eram capazes de produzir capacidades de refrigeração similares às esferas, mas com um coeficiente de performance maior devido à menor perda de carga; ao passo que as placas paralelas apresentaram um desempenho aquém das demais geometrias.

Porém, este estudo conduzido por Trevizoli (2015) demandou elevados recursos humanos e financeiros, o que inviabiliza o estudo de outras (novas) geometrias potencialmente promissoras para desenvolver AMRs de alto rendimento. É neste ponto que o presente trabalho irá se desenrolar, propondo o desenvolvimento de um modelo matemático simples acoplado a técnicas de aprendizado de máquina o que permitirá, em um momento futuro, o estudo de diferentes geometrias de AMRs. Os resultados obtidos por Trevizoli (2015) serão utilizados para treinar a rede neural. Com a rede neural treinada satisfatoriamente e o modelo simplificado validado, esta ferramenta estruturada ao longo deste trabalho de graduação, poderá ser utilizada futuramente tanto para avaliar condições de operação (vazão mássica e frequência de operação), bem como o potencial de novas geometrias para serem aplicadas como AMRs.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

O presente trabalho tem como objetivo principal desenvolver um modelo matemático simplificado acoplado a técnicas de Aprendizado de Máquina para a avaliação do desempenho termodinâmico de regeneradores magnético ativos o qual, futuramente, permita realizar previsões de um sistema real submetido a diferentes parâmetros operacionais e/ou geometrias de matriz regenerativa.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Dentre os objetivos específicos, destacam-se:

- Desenvolver um modelo simplificado, baseado na dissertação de mestrado de Guilherme F. Peixer, *Thermodynamic design of a magnetic cooling system for air conditioning applications*, Universidade Federal de Santa Catarina, 2020;
- Verificar a viabilidade da criação de um modelo por Aprendizado de Máquina de Regeneradores Magnéticos Ativos utilizando dados experimentais obtidos da tese de doutorado de Paulo V. Trevizoli, *Development of thermal regenerators for magnetic cooling applications*, Universidade Federal de Santa Catarina, 2015;
- Avaliar o potencial da rede neural treinada em prever a capacidade de refrigeração a partir de novas condições de operação, na tentativa de validar o modelo e a rede neural aplicados ao AMR em estudo.

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 O EFEITO MAGNETOCALÓRICO

O Efeito Magnetocalórico (EMC) ocorre nos materiais quando submetidos a variações da intensidade do campo magnético externo. Esse efeito está relacionado com a variação de entropia total do material (PERCHASKY et al, 2001), a qual pode ser aproximada para fins de engenharia como sendo:

$$s(T, B) = s_{mag}(T, B) + s_{ele}(T) + s_{lat}(T) \quad (2.1)$$

em que  $s$  representa a entropia total do material,  $s_{mag}$  representa a entropia magnética,  $s_{ele}$ , a entropia eletrônica,  $s_{lat}$ , a entropia da rede,  $T$ , a temperatura do material, e  $B$  a densidade do fluxo magnético externo (aplicado). Note que as entropias de rede e eletrônica dependem apenas da temperatura, ao passo que a entropia magnética depende tanto da temperatura como do campo magnético externo.

Partindo da Eq. 2.1, o EMC pode se manifestar de duas maneiras distintas (PERCHASKY et al, 2001):

1. Mantendo o material magnético sob condições isotérmicas, ao variar-se o campo magnético externo ( $\Delta B = B_{final} - B_{inicial}$ ) ocorrerá uma variação apenas na entropia magnética do material ( $\Delta s_{mag}$ ). As parcelas que dependem apenas da temperatura não se alteram. Deste modo, o EMC será caracterizado pela variação de entropia magnética, ou também conhecida como variação isotérmica da entropia total:  $\Delta s_{isoT}(T, \Delta B) = \Delta s_{mag}(T, \Delta B)$ .
2. Mantendo o material magnético sob condições adiabáticas, ao variar-se o campo magnético externo ( $\Delta B$ ) a variação da entropia total é nula ( $\Delta s(T, \Delta B) = 0$ ), ao passo que ocorrerá a variação da entropia magnética do material ( $\Delta s_{mag}$ ) devido à variação do campo magnético. Isso acarretará uma variação das parcelas que dependem apenas da temperatura, o que resulta na variação da temperatura do material. Neste caso, o EMC será caracterizado pela variação adiabática da temperatura  $\Delta T_{ad}(T, \Delta B)$ .

Os materiais magnetocalóricos, em geral, apresentam EMC (tanto  $\Delta s_{isoT}$  como  $\Delta T_{ad}$ ) máximo quando estão próximos da sua temperatura de Curie. Assim sendo, o AMR deve operar em uma faixa de temperaturas (entre as temperaturas dos reservatórios térmicos quente e frio) que compreenda a temperatura de Curie, de modo a aproveitar ao máximo o efeito refrigerante resultante da desmagnetização adiabática (KITANOVSKI e EGOLF, 2006; KITANOVSKI et

al., 2015). O Gadolínio (URBAIN et al., 1935) é tido como o material de referência para a refrigeração magnética pois: (i) possui temperatura de Curie próxima à temperatura ambiente ( $\sim 290$  K); (ii) possui um valor do EMC ao redor de 3 K/T, ou seja, uma variação adiabática da temperatura em 3 K para cada 1 (um) Tesla de variação de campo magnético (ROWE et al, 2005). Essa proporção é válida, porém, para variações de campo magnético de até 2 T.

## 2.2 FUNCIONAMENTO DE UM REGENERADOR MAGNÉTICO ATIVO (AMR)

A aplicação do princípio da regeneração ativa se justifica uma vez que o EMC é baixo para valores de campo magnético aplicados da ordem de 2 T. Como exposto anteriormente, e reforçado neste ponto, estima-se que um valor de EMC aceitável seja, no mínimo, 3 K/T. Assim, para 2 T de campo aplicado, o EMC seria no máximo 6 K. Porém, não é possível estabelecer um sistema de refrigeração eficiente com uma diferença de temperatura desta ordem (6 K) entre os reservatórios térmicos. Para superar esta limitação termodinâmica, emprega-se o material com EMC tanto como refrigerante e quanto como matriz regenerativa, e como resultado, aumenta-se a diferença de temperaturas entre os reservatórios térmicos. Alguns trabalhos publicados reportam valores de diferença de temperaturas máximos da ordem de 40 K para variações campos magnéticos de, aproximadamente, 1,5 T (TREVIZOLI et al., 2016; TEYBER et al., 2018). Sendo o EMC para 1,5 T ao redor de 4,5 K, o princípio da regeneração ativa aumentou em 8 vezes ou mais o EMC, potencializando o desenvolvimento de um sistema de bombeamento de calor mais eficiente.

Para promover as trocas térmicas entre o refrigerante sólido e os reservatórios térmicos, os AMRs utilizam um fluido de trabalho, que escoar através da matriz regenerativa em algumas etapas do ciclo. O ciclo termodinâmico mais usado e estudado em AMRs é o ciclo Brayton, principalmente pela sua simplicidade (KITANOVSKI e EGOLF, 2006), sendo composto pelos quatro processos principais:

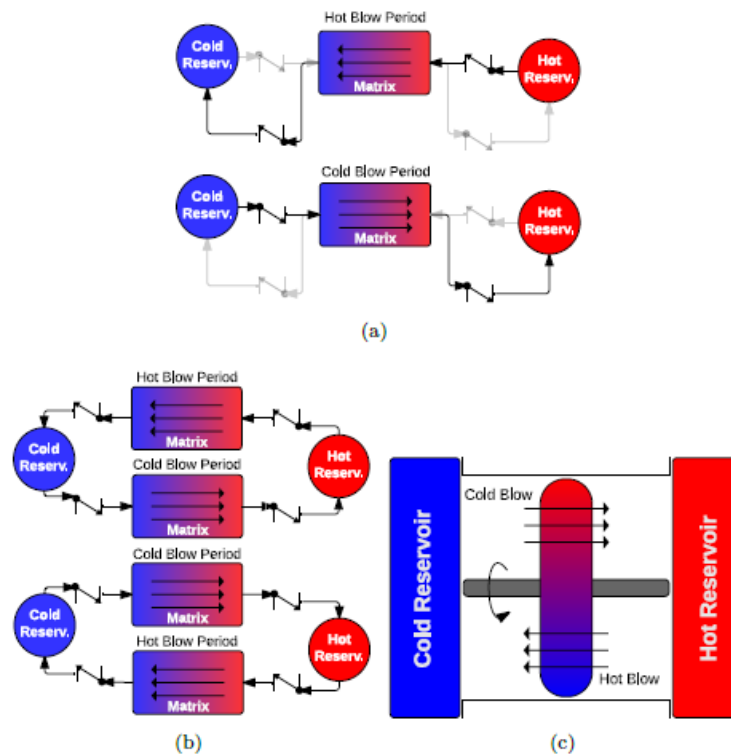
- Magnetização adiabática: aplica-se o campo magnético sobre o material, quando este está em condições adiabáticas. Como resultado, a temperatura do material aumenta devido ao EMC;
- Escoamento frio a campo magnético máximo aplicado: neste momento, o fluido de trabalho escoar a partir do reservatório frio através da matriz regenerativa, removendo

calor do material magnético. O calor é transportado pelo fluido até o reservatório quente, onde é liberado para o ambiente externo;

- Desmagnetização adiabática: remove-se o campo magnético mantendo o material em condições adiabáticas. Como resultado, a sua temperatura é reduzida uma vez que o EMC ser reversível;
- Escoamento quente a campo magnético mínimo: o fluido de trabalho agora escoo a partir do reservatório quente através da matriz regenerativa, cedendo calor para o material magnético. Assim, o fluido de trabalho deixa a matriz regenerativa em temperaturas abaixo daquelas observadas no volume a ser refrigerado, e assim sendo, pode remover calor deste volume refrigerado.

A Figura 2.1 evidencia o ciclo do AMR, dependendo da sua configuração. No caso de um regenerador de leito fixo único, a direção de fluido é alternada pelas válvulas direcionais do sistema, executando um escoamento de cada vez (escoamento frio ou escoamento quente). Já no caso da configuração de regeneradores múltiplos, os dois escoamentos ocorrem simultaneamente, de forma alternada nos regeneradores. No caso dos regeneradores rotativos, os escoamentos acontecem também de forma simultânea, mas dessa vez, contínua.

Figura 2.1 – Tipos de regeneradores: (a) Regenerador de leito fixo; (b) Múltiplos regeneradores de leito fixo; (c) Regenerador rotativo.



Fonte: Adaptado de Nellis e Klein (2009).

### 2.3 ESTADO DA ARTE DE PROTÓTIPOS E MODELOS MATEMÁTICOS DE AMRS

De acordo com Greco et al. (2019), o estudo de sistemas de refrigeração magnéticos é recente, tendo como marco importante do seu início o trabalho de Brown et al. (1976), que apresentou a primeira bomba de calor magnética que trabalhava à temperatura ambiente. O seu protótipo operava com regeneração passiva utilizando um ímã supercondutor (com campo aplicado de 7 T) e baseava-se no ciclo Stirling. O Regenerador Magnético Ativo foi proposto por Steyert (1978) e, a partir desse trabalho, quase todos os protótipos subsequentes utilizavam o conceito de regeneração ativa.

Um AMR do estado da arte possui como principais componentes o circuito magnético composto por ímãs permanentes de NdFeB, a matriz regenerativa composta pelo material magnetocalórico, os reservatórios térmicos quente e frio, um sistema de bombeamento do fluido de trabalho e um sistema de locomoção para promover as variações de campo magnético

externo. Em relação ao movimento relativo entre regenerador e campo magnético, este pode ser alternativo ou rotativo (TREVIZOLI et al, 2016).

Vários protótipos do tipo alternativo já foram construídos e testados (KAMRAN et al. 2020), como por exemplo aqueles desenvolvidos por Clot et al (2003) e Bahl et al (2008). Porém, esses protótipos são apenas para fins demonstrativos e possuem baixo rendimento. Protótipos rotativos são mais promissores, apresentando resultados bastante satisfatórios, como os apresentados por Zimm et al (2005), Okamura et al (2006), Tura e Rowe (2011), Engelbrecht et al (2015) e Lozano et al (2016).

Ao contrário dos protótipos supracitados, os quais são aparatos laboratoriais, alguns protótipos mais recentes propõem uma arquitetura de produto, como um *winecooler*. Em 2015 as empresas Haier, Astronautics e BASF apresentaram uma prova de conceito de um novo refrigerador de garrafas de vinho. Uma das chaves para o sucesso do dispositivo foi a utilização de materiais desenvolvidos pela BASF e seus parceiros à base de manganês e ferro (LAWLER, 2015). Eriksen et al. (2015) também desenvolveram um protótipo rotativo que apresentou resultados experimentais promissores, com uma diferença de temperatura entre as fontes quente e fria de 10,2 K o protótipo apresentou uma capacidade de refrigeração de 103 W um COP de 3,1. Nakashima et al. (2021) apresentaram um protótipo de um refrigerador de garrafas de vinho de potência de resfriamento de 27,9 W, temperatura média interna de 10.8°C para uma temperatura externa de 25°C e capacidade para 31 garrafas.

No que diz respeito aos modelos matemáticos desenvolvidos para simular AMRs, existem abordagens simplificadas até modelos 3D implementados em pacotes comerciais (NIELSEN et al. 2011, KITANOVSKI et al. 2015). Dentre os modelos mais comuns estão os bidimensionais transientes para geometrias de placas paralelas e modelos unidimensionais transientes para meios porosos, os quais são bem aceitos e apresentam resultados satisfatoriamente validados com dados experimentais (NIELSEN, 2010; ENGELBRECHT, 2008), porém demandam elevado custo computacional.

Também são propostos os modelos estacionários e baseados em equações de balanço de energia (*lumped models*) que estimam quantidades de perda para o sistema, como é o caso do presente trabalho (BURDYNY, 2012; TEYBER et al., 2018). As maiores vantagens de utilizar modelos estacionários é melhor eficiência computacional, ao custo de uma menor precisão na sua capacidade preditiva, uma vez que esses modelos podem desconsiderar alguns mecanismos de perda e efeitos transientes.



## 2.4 REDES NEURAIS E APRENDIZADO DE MÁQUINA

O desenvolvimento de redes neurais em sistemas de aprendizado de máquina em computadores é diretamente relacionado com o sistema nervoso humano. Esse último baseia-se em uma estrutura de neurônios conectados que transmitem descargas elétricas pela difusão de íons entre si. A entrada de sinais (ou informações) chega às células neurais através de seus dendritos. A partir disso, esse sinal passa pelo axônio e depois é repassado a outros neurônios da rede pelas suas respectivas junções sinápticas (ROSENBLATT, 1958).

O conceito fundamental desse processo é que os neurônios interagem de forma diferente quando recebem sinais iguais. Isso significa que eles dão pesos diferentes a estímulos diferentes. Além disso, esses pesos mudam constantemente, e, por isso, é possível aprender novas habilidades que antes eram desconhecidas. Isto é, a forma de interpretar sinais sinápticos está em constante mudança.

Uma das primeiras formulações matemáticas de redes neurais foi a de Rosenblatt (1958), bastante simples, mas que serviu como base para a maioria dos modelos de redes neurais existentes. Relacionados à área de estudo do presente trabalho se encontram na literatura o trabalho de Aprea et al. (2017), focado na utilização de uma rede neural para otimizar o desempenho de um refrigerador magnético e de Peixer (2020) que utilizou um modelo de AMR simplificado acoplado a técnicas de aprendizado de máquina para encontrar parâmetros otimizados e projetar um AMR para aplicações em condicionamento de ar.

O trabalho de Silva et al. (2020) utilizou métodos de regressão linear para prever COP e potência de aquecimento e diferença de temperatura máxima entre as fontes de calor de sistemas magnetocalóricos. Nesse estudo, foram usados 4 tipos de regressores e o que apresentou melhores resultados para conjuntos de dados maiores foi o de mínimos quadrados ordinário. O erro relativo mínimo ficou em 23% para a diferença de temperatura entre fontes de calor, 29% para a potência de aquecimento e 31% para o COP.

### **METODOLOGIA**

O presente trabalho propõe um modelo matemático simplificado, baseado na dissertação de mestrado de G.F. Peixer (2020), acoplado aos dados experimentais de um AMR obtidos na tese de doutorado de P.V. Trevizoli (2015). Deste modo, utilizou-se os dados experimentais para

treinar a rede neural, a qual será posteriormente aplicada para prever a capacidade de refrigeração do sistema estudado por Trevizoli (2015) quando sujeito a diferentes condições de operação não testadas experimentalmente. Neste capítulo é apresentada toda a metodologia desenvolvida e aplicada.

### 3.1 DADOS DO SISTEMA

O sistema de refrigeração magnética desenvolvido por Trevizoli (2015) utilizava um regenerador cilíndrico de leito fixo com carcaça de fibra de vidro, contendo esferas empacotadas de gadolínio (Gd) com diâmetro de 0,55 mm. A porosidade desse meio poroso foi medida em 0,362. A Tabela 3.1 apresenta os parâmetros geométricos e estruturais do AMR.

Tabela 3.1 – Parâmetros geométricos e estruturais do AMR.

<b>Variável</b>	<b>Descrição</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
$L_{AMR}$	Comprimento da carcaça do AMR	100	mm
$D_{AMR}$	Diâmetro da carcaça do AMR	22,22	mm
$d_p$	Diâmetro de partículas das esferas de Gd	0,55	mm
$\varphi_f$	Porosidade	0,362	-
$M$	Massa total de Gd	195,3	g

Fonte: TREVIZOLI, 2015 (Adaptado).

O fluido de trabalho foi uma mistura de água (80%) e etileno-glicol (20%), em que o sistema de bombeamento era constituído de uma bomba de duplo efeito, um mecanismo biela-manivela e um motor de passo. A Tabela 3.2 apresenta as condições de operação a qual o AMR foi submetido ao longo dos testes experimentais. Todos os valores apresentados (exceto o fator de utilização) foram caracterizados experimentalmente.

Tabela 3.2 – Condições de operação aplicados ao AMR

Variável	Descrição	Valor	Unidade
$T_H$	Temperatura reservatório quente	$\sim 300 \pm 0,15$	K
$T_C$	Temperatura reservatório frio	$\sim 269$ a $\sim 300 \pm 0,15$	K
$\Delta T_{Hex}$	Diferença de temperatura entre os reservatórios	$\sim 31$ a $\sim 0 \pm 0,20$	K
$\Delta T_{AMR}$	Diferença de temperatura no AMR	$\sim 32$ a $\sim 2 \pm 0,20$	K
$T_{Amb}$	Temperatura ambiente	$\sim 300 \pm 0,5$	K
$f$	Frequência de operação	0,25; 0,5 e 1,0	Hz
$\dot{m}$	Vazão mássica	$\sim 4,7$ a $\sim 103 \pm 0,2$	kg/h
$\phi$	Fator de utilização	$\sim 0,14$ a $\sim 1,15$	-

Fonte: TREVIZOLI, 2015 (Adaptado).

A Frequência de operação representa a frequência com que os ciclos do sistema são realizados. Esse é um parâmetro de extrema importância no estudo desses sistemas pois está diretamente relacionado com a Capacidade de refrigeração, uma vez que uma frequência maior significa mais ciclos sendo realizados em um período de tempo, aumentando, portanto, a Capacidade de refrigeração até um limite, em que o tempo de para troca de calor é insuficiente para essa ser satisfatória, ocasionando uma queda na Capacidade de refrigeração.

O fator de utilização ( $\phi$ ) é um parâmetro importante para analisar os AMRs. Ele representa a razão entre as massas térmicas do fluido de trabalho e do sólido (Gd) (NELLIS e KLEIN, 2009):

$$\phi = \frac{\dot{m} c_{pf} \tau_e}{M c_s} \quad (3.1)$$

em que  $c_{pf}$  é o calor específico do fluido, e que varia com a temperatura média de operação do AMR ( $\bar{T} = 0,5(T_{H,end} + T_{C,end})$ );  $\tau_e$  é o tempo de escoamento, sendo para este AMR metade do período do ciclo;  $M$  é a massa total de Gd contida no AMR (Tabela 3.1);  $c_s$  é o calor específico do Gd, sendo utilizado o valor de referência 350 J/kgK (ROWE et al., 2005).

Por fim, destaca-se a diferença existente entre  $\Delta T_{AMR}$  e  $\Delta T_{Hex}$ . Definindo novamente,  $\Delta T_{Hex}$  trata-se da diferença de temperatura entre os reservatórios térmicos, da onde se absorve calor (a  $T_C$ ) e para onde rejeita-se calor (a  $T_H$ ):

$$\Delta T_{Hex} = T_H - T_C \quad (3.2)$$

enquanto  $\Delta T_{AMR}$  é a diferença de temperatura caracterizada nas saídas quente ( $T_{H,end}$ ) e fria ( $T_{C,end}$ ) do regenerador:

$$\Delta T_{AMR} = T_{H,end} - T_{C,end} \quad (3.3)$$

Em um AMR, as trocas de calor nos reservatórios térmicos se dão apenas na forma sensível. Logo, a saída quente do regenerador deve estar a uma temperatura maior do que o reservatório térmico quente ( $T_{H,end} > T_H$ ) para que seja possível rejeitar calor, ao passo que a saída fria do AMR deve estar a uma temperatura menor do que a observada no reservatório frio ( $T_{C,end} < T_C$ ) para que seja possível absorver calor e refrigerar um volume. Portanto,  $\Delta T_{AMR} > \Delta T_{Hex}$ .

Por fim, apresentam-se os valores para as intensidades de campo magnético ( $B$ ), máximo e mínimo, avaliadas experimentalmente por Trevizoli (2015). Os valores do campo são importantes para determinar o efeito magnetocalórico e o trabalho magnético.

- $B_{max} = 1,69$  T
- $B_{min} = 0,04$  T

### 3.2 MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático simplificado propõe uma equação analítica para calcular a capacidade de refrigeração ( $\dot{Q}_C$ ) de um sistema de refrigeração magnético. A equação 3.4 a seguir, trata-se do modelo proposto por Peixer (2020):

$$\dot{Q}_C = a_1 \dot{Q}_{HB}^{act} + a_2 \dot{Q}_{HB}^{pas} + a_3 \dot{Q}_{span} + a_4 \dot{W}_{pump} + a_5 \dot{Q}_{cond,f} + a_6 \dot{Q}_{cond,s} + a_7 \dot{W}_{mag} \quad (3.4)$$

em que,  $\dot{Q}_{HB}^{act}$  representa a parcela ativa (efeito refrigerante do sistema) associada ao *hot blow*,  $\dot{Q}_{HB}^{pas}$  representa a parcela de contribuição da regeneração (passiva) associada ao *hot blow*,  $\dot{Q}_{span}$  representa a parcela de contribuição devido à estruturação da diferença de temperatura no regenerador,  $\dot{W}_{pump}$  representa a potência de bombeamento do fluido através do AMR,  $\dot{Q}_{cond,f}$  representa a taxa de calor transferida por condução axial pelo fluido, assim como  $\dot{Q}_{cond,s}$  representa a taxa de calor transferida por condução axial pelo sólido,  $\dot{W}_{mag}$  representa a taxa de trabalho magnético do AMR. Os coeficientes  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$  são coeficientes determinados por Peixer (2020) para ajustar os dados experimentais à equação, porém, como será discutido adiante eles não serão calculados neste trabalho. As quantidades aqui descritas são calculadas pelas equações explicadas a seguir. Todas elas são utilizadas como parâmetros de entrada do modelo.

A parcela ativa ( $\dot{Q}_{HB}^{act}$ ) é determinada por:

$$\dot{Q}_{HB}^{act} = \dot{m}_f F_b c_{p,f} \Delta T_{demag} \quad (3.5)$$

em que  $F_b$  representa a *Blow Fraction*, fração de tempo que de fato ocorre o *hot blow* com relação ao tempo total de ciclo, sendo considerado o valor de máximo de 0.5.

O termo  $\Delta T_{demag}$  representa o efeito magnetocalórico (efeito refrigerante) atuante no termo  $\dot{Q}_{HB}^{act}$ . Para determinar o valor final de  $\Delta T_{demag}$  utiliza-se a abordagem proposta por Rowe (2012), onde propõe-se o uso de um efeito magnetocalórico reduzido ( $\frac{\Delta T_{ad}}{T}$ ) varrendo toda a faixa de temperatura de atuação do AMR durante um teste (de  $T_{H,end}$  até  $T_{C,end}$ ) e assumindo o menor valor do efeito reduzido como efeito refrigerante:

$$\Delta T_{demag} = \min_{T_{H,end} \geq T \geq T_{C,end}} \left( \frac{\Delta T_{ad}}{T} \right) \quad (3.6)$$

O efeito magnetocalórico ( $\Delta T_{ad}$ ), por sua vez, é obtido por meio de dados teóricos pela Teoria de Weiss, Debye e Sommerfeld (MORRISH, 1965), conhecendo-se os valores de campo magnético e da temperatura. Porém, os valores de campo magnético aplicados ( $B_{max}$  e  $B_{min}$ ) devem ser corrigidos devido a perda pelo campo desmagnetizante interno ( $B_{des}$ ), que reduz a intensidade do campo magnético aplicado ( $B_{apl}$ ), caracterizando assim o campo interno resultante ( $B_{int,res}$ ) (SMITH et al., 2010):

$$B_{int,res} = B_{apl} - B_{des} \quad (3.7)$$

sendo,

$$B_{des} = N_d \rho_s M(T, B_{int,res}) \quad (3.8)$$

em que,  $\rho_s$  é a densidade do Gd e  $M(T, B_{int,res})$  é a magnetização a qual depende da temperatura e do próprio campo interno resultante. Os valores de  $M(T, B_{int,res})$  também são obtidos pela Teoria de Weiss, Debye e Sommerfeld. Já  $N_d$  é um fator geométrico chamado fator de desmagnetização.

Deste modo, corrigindo a Eq. (3.6):

$$\Delta T_{demag} = \min_{T_{H,end} \geq T \geq T_{C,end}} \left( \frac{\Delta T_{ad}(T, B_{int,res})}{T} \right) \quad (3.9)$$

Seguindo, a parcela passiva ( $\dot{Q}_{HB}^{pas}$ ) é calculada por:

$$\dot{Q}_{HB}^{pas} = \varepsilon_{HB} \dot{m}_f F_b c_{p,f} \Delta T_{AMR} \quad (3.10)$$

O termo  $\varepsilon_{HB}$  representa a efetividade do regenerador no *hot blow*. Um regenerador térmico nada mais é do que um trocador de calor (NELLIS e KLEIN, 2009), portanto, a efetividade relaciona-se com o Número de Unidades de Transferência ( $NTU$ ) e com a taxa de capacidade calorífica, em que, sendo conhecidos estes dois parâmetros,  $\varepsilon_{HB}$  pode ser determinado por correlações ou tabelas. No presente trabalho utilizou-se a correlação proposta por Baclic (1985) para um regenerador simétrico e balanceado (idealizado, pois não considera as perdas por condução axial). A correlação utilizada é apresentada no Anexo A, juntamente com as definições de  $NTU$  e outros parâmetros utilizados na determinação de  $\varepsilon_{HB}$ .

Já a parcela relacionada à diferença de temperatura no regenerador ( $\dot{Q}_{span}$ ) é calculada conforme segue, em que os termos que a compõe já foram definidos anteriormente:

$$\dot{Q}_{span} = \dot{m}_f F_b c_{p,f} \Delta T_{AMR} \quad (3.11)$$

A seguir definem-se as parcelas relacionadas as conduções axiais no fluido ( $\dot{Q}_{cond,f}$ ) e no sólido ( $\dot{Q}_{cond,s}$ ) que compõem o meio poroso. Sabe-se que a condução axial representa uma perda importante aos AMRs, especialmente quando este opera em baixas vazões mássicas:

$$\dot{Q}_{cond,f} = \varphi_f k_f^{eq} A_{tr} \left( \frac{\Delta T_{AMR}}{L_{amr}} \right) \quad (3.12)$$

$$\dot{Q}_{cond,s} = \varphi_s k_s^{eq} A_{tr} \left( \frac{\Delta T_{amr}}{L_{amr}} \right) \quad (3.13)$$

em que  $A_{tr}$  é a área de seção transversal do AMR.

Os termos  $k^{eq}$  representam as condutividades térmicas equivalentes para as fases contidas em um meio poroso, sendo  $k_s^{eq}$  para o sólido calculada pela correlação de Hadley (1986), apresentada no Anexo A, e  $k_f^{eq}$  para o fluido baseada na dispersão axial em leito de esferas:

$$k_f^{eq} = \varphi_f (k_f + \rho_f c_{p,f} D_{||}) \quad (3.14)$$

sendo  $\rho_f$  a densidade do fluido de trabalho e  $D_{||} = \alpha_f (0,375 Pe_{dp})$  é a correlação de Koch e Brady (1985) para dispersão axial em um meio poroso. Ainda,  $\alpha_f$  é a difusividade térmica do fluido e  $Pe_{dp}$  o número de Peclet baseado no diâmetro de partícula.

Partindo agora para as potências envolvidas no ciclo, a potência da bomba,  $\dot{W}_{pump}$  é calculada utilizando equação a seguir:

$$(3.15)$$

$$\dot{W}_{pump} = \dot{V}_f \Delta P$$

onde  $\dot{V}_f$  representa a vazão volumétrica de fluido,  $\Delta P$  a perda de carga no AMR. A perda de carga no AMR, por sua vez, pode ser avaliada utilizando a Equação de Ergun, corrigida por McDonald, conforme apresentada por Kaviany (1995):

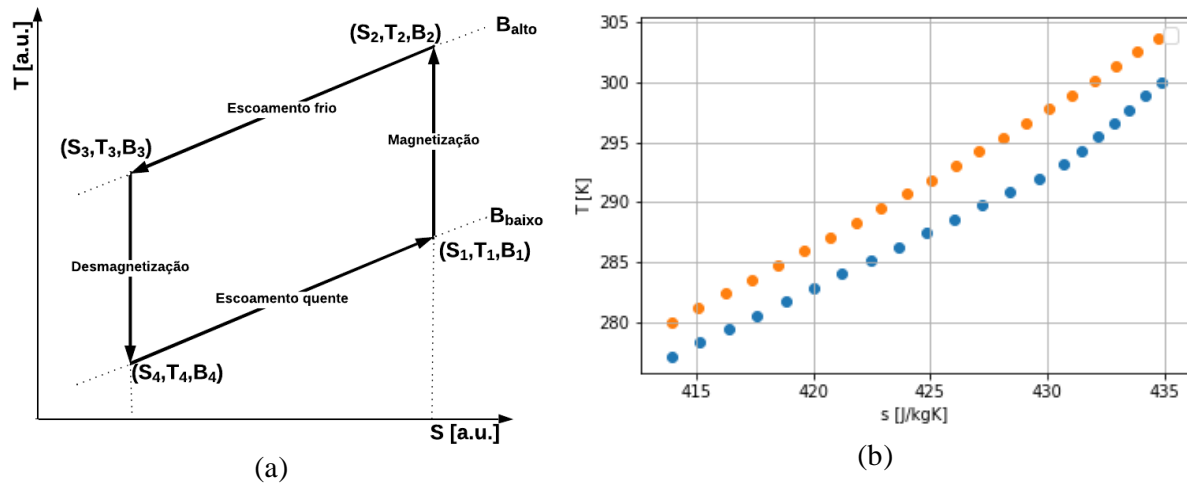
$$-\frac{\Delta P}{L_{AMR}} = 180\mu \frac{(1-\phi_f)^2}{\phi_f^3} \frac{v}{d_p^2} + 1,8\rho \frac{(1-\phi_f)}{\phi_f^3} \frac{v^2}{d_p} \quad (3.16)$$

Por fim, apresenta-se a equação para  $\dot{W}_{mag}$  a qual é obtida por meio da integração da área interna contida no diagrama temperatura-entropia (diagrama  $T-s$ ) para um ciclo de Brayton ideal, seguindo a metodologia proposta por Lima et al (2020). Um exemplo desse diagrama para o ciclo de refrigeração magnética pode ser visto na Figura 3.1(a). Para determinar os pontos (1), (2), (3) e (4), considerou-se o campo interno resultante e aproximou-se as temperaturas conforme segue:

- $T_1 = T_{H,end}$ ; e  $B_1 = 0$ , devido as perdas pelo campo desmagnetizante interno.
- $T_2 = T_{H,end} + \Delta T_{ad}(T_{H,end}, \Delta B = B_2 - B_1)$ ; e  $B_2$  calculado de acordo com as equações 3.7 e 3.8.
- $T_3 = T_{C,end}$ ; e  $B_3$ , calculado de acordo com as equações 3.7 e 3.8.
- $T_4 = T_{C,end} - \Delta T_{ad}(T_{C,end}, \Delta B = B_3 - B_4)$ ; e  $B_4 = 0$  devido as perdas pelo campo desmagnetizante interno.

A Figura 3.1(b) apresenta um ciclo que resulta do procedimento proposto, utilizando para fins ilustrativos  $T_{H,end} = 300$  K e  $T_{C,end} = 280$  K.

Figura 3.1 – (a) Ciclo de Brayton ideal; (b) ciclo obtido a partir do procedimento proposto.



Fonte: TREVIZOLI, P. V. (2015)

O resultado da integração numérica realizada, ou seja, a área interna do diagrama  $T$ - $s$ , é o trabalho magnético específico ( $w_{mag}$ ), em unidades de J/kg. Assim, para calcular a potência magnética  $\dot{W}_{mag}$ , multiplica-se o  $w_{mag}$  pela massa de Gd ( $M$ ) e a frequência ( $f$ ) de operação:

$$\dot{W}_{mag} = f M w_{mag} \quad (3.17)$$

### 3.3 SELEÇÃO DE PARÂMETROS DE ENTRADA

Um modelo de rede neural artificial tem seu melhor desempenho quando seus parâmetros de entrada são variáveis independentes, para evitar que se tenha colinearidade entre os parâmetros (QIN, 1997). Além disso, parâmetros que não variam nos dados de treinamento podem ser ignorados já que, para o algoritmo, são parâmetros que não têm correlação com os alvos do modelo (no caso, a capacidade de refrigeração).

Assim, com isso em mente, foram selecionados como parâmetros de entrada do modelo todas as variáveis que constituem cada um dos itens da equação 3.4 e que foram variados durante os testes, como pode ser observado na Tabela 3.3:



Tabela 3.3 – Associações de parâmetros de entrada com equações

Variável	Associação
$k_s^{eq}$	$\dot{Q}_{cond,s}$
$k_f^{eq}$	$\dot{Q}_{cond,f}$
$\Delta T_{AMR} = T_{H,end} - T_{C,end}$	$\dot{Q}_{cond,f}, \dot{Q}_{cond,s}, \dot{Q}_{span}, \dot{Q}_{HB}^{pas}$
$\Delta T_{demaq}$	$\dot{Q}_{HB}^{act}$
$\dot{m}_f$	$\dot{Q}_{HB}^{act}, \dot{Q}_{HB}^{pas}, \dot{Q}_{span}$
$\varepsilon_{HB}$	$\dot{Q}_{HB}^{pas}$

Fonte: O Autor (2021).

O  $c_{p,f}$ , apesar de ser um parâmetro que depende da temperatura média de operação do AMR ( $\bar{T} = 0,5(T_{H,end} + T_{C,end})$ ) e que está contido nas equações para calcular  $\dot{Q}_{span}$  e  $\dot{Q}_{HB}^{pas}$ , ele não foi considerado como parâmetro de entrada pois depende diretamente dos valores de  $T_{H,end}$  e  $T_{C,end}$ , os quais são parâmetros de entrada. Logo, entende-se que  $c_{p,f}$  não seja uma variável independente, bem como os seus valores variam menos de 1% entre todas as condições utilizadas.

Além das variáveis acima, foram incluídos como parâmetros de entrada o fator de utilização ( $\phi$ , definido na equação 3.1) e o número de Reynolds baseado no diâmetro hidráulico do meio poroso ( $Re_{DH}$ ), por serem parâmetros bastante característicos do sistema. O número de Reynolds pode ser calculado como:

$$Re_{DH} = \frac{\rho_f u d_h}{\mu_f} \quad (3.18)$$

onde  $d_h$  representa o diâmetro hidráulico do meio poroso,  $\rho_f$  é a densidade do fluido,  $u$  é a velocidade superficial (de Darcy) do escoamento e  $\mu_f$  é a viscosidade do fluido.

O diâmetro hidráulico pode ser calculado como:

$$d_h = \frac{4\phi_f}{\beta} \quad (3.19)$$

em que  $\beta$  é a densidade de área de troca de calor real, calculada por:

$$\beta = \frac{6(1-\phi_f)}{d_p} \quad (3.20)$$

sendo que todos os parâmetros necessários para resolver as equações 3.19 e 3.20 são mostrados na Tabela 3.1.

Os parâmetros  $k_s^{eq}$ ,  $k_f^{eq}$ ,  $\Delta T_{demag}$ ,  $\varepsilon_{HB}$ ,  $Re_{DH}$ ,  $\dot{W}_{mag}$  e  $\dot{W}_{pump}$  foram calculados através de *software* de autoria própria programado na linguagem de programação Python, utilizando a biblioteca Pandas (MCKINNEY, 2010) para a manipulação dos dados.

### 3.4 CONFIGURAÇÃO DO MODELO

Um passo importante na criação de modelos de inteligência artificial de redes neurais é a normalização dos parâmetros de entrada. Isso é necessário uma vez que os algoritmos de otimização dessas redes levam em conta o valor de entrada para definir o valor da atualização dos pesos da rede. Sem realizar a normalização, portanto, alguns pesos seriam atualizados de forma mais rápida que outros, causando distorções da rede e atrasando o seu desenvolvimento (RASCHKA, 2014). É possível verificar esse efeito através da equação do método do gradiente:

$$\Delta w_j = \eta \sum_i (t^{(i)} - o^{(i)}) x_j^{(i)} \quad (3.21)$$

em que  $\Delta w_j$  representa o valor da atualização daquele peso,  $\eta$  representa a taxa de aprendizado,  $t$  representa o valor esperado de saída,  $o$  representa o valor real emitido como saída e  $x_j$  representa o valor do parâmetro de entrada.

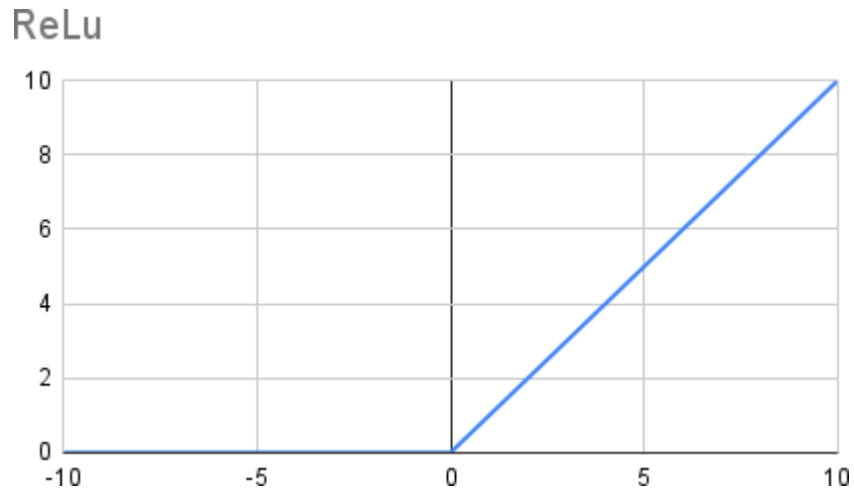
A normalização foi realizada nos dados de entrada seguindo a seguinte equação:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (3.22)$$

sendo  $x$  é o parâmetro de entrada,  $\mu$  é média do parâmetro e  $\sigma$  é o desvio-padrão do parâmetro.

O modelo escolhido foi de rede neural, com 200 neurônios em uma camada intermediária, utilizando a função de ativação Unidade Linear Retificada (ReLU) (Figura 3.2), escolhida por ter um baixo custo computacional e evitar o problema de dissipação de gradiente, e o algoritmo otimizador Adam, que se baseia na adaptação da taxa de aprendizado para obter treinamentos mais rápidos da rede neural, quando comparado a outros algoritmos, justificando sua escolha. Um máximo de 10.000 iterações sobre os dados de treino foi configurado.

Figura 3.2 - Função de ativação Unidade Linear Retificada (ReLU)



Fonte: O Autor (2021).

Para realizar o treinamento e teste da rede neural proposta, foram utilizados os dados experimentais obtidos por Trevizoli (2015) em um AMR com as características geométricas e estruturais, e com os parâmetros de operação apresentados nas Tabelas 3.1 e 3.2, respectivamente. Ao todo, tem-se disponível um total 111 resultados experimentais para a capacidade de refrigeração. Estes 111 dados foram, finalmente, randomizados e divididos na seguinte proporção:

- 80% para treinamento da rede neural;
- 20% para teste da rede treinada.

O software Orange foi escolhido para realizar o treinamento e teste da rede neural, incluindo transformar os dados de entrada, treinar todos os modelos e emitir os resultados obtidos, devido à sua facilidade de implementação. O diagrama da Figura 3.3 foi retirado dele. A seguir descreve-se o passo a passo da estrutura desenvolvida no Orange:

- 1) o primeiro passo é carregar os dados experimentais, incluindo todos os parâmetros de entrada do modelo calculados;
- 2) após o carregamento, foram selecionados os *features*, ou seja, os parâmetros de entrada do modelo, bem como o *target*, ou seja, a variável de saída de modelo, no caso, a capacidade de refrigeração.
- 3) depois disso, os dados foram randomizados, o que pode ser entendido como a ordem de cada experimento foi randomizada;

- 4) e, posteriormente, divididos na proporção de 80% para treino e 20% para realizar o teste pós treinamento;

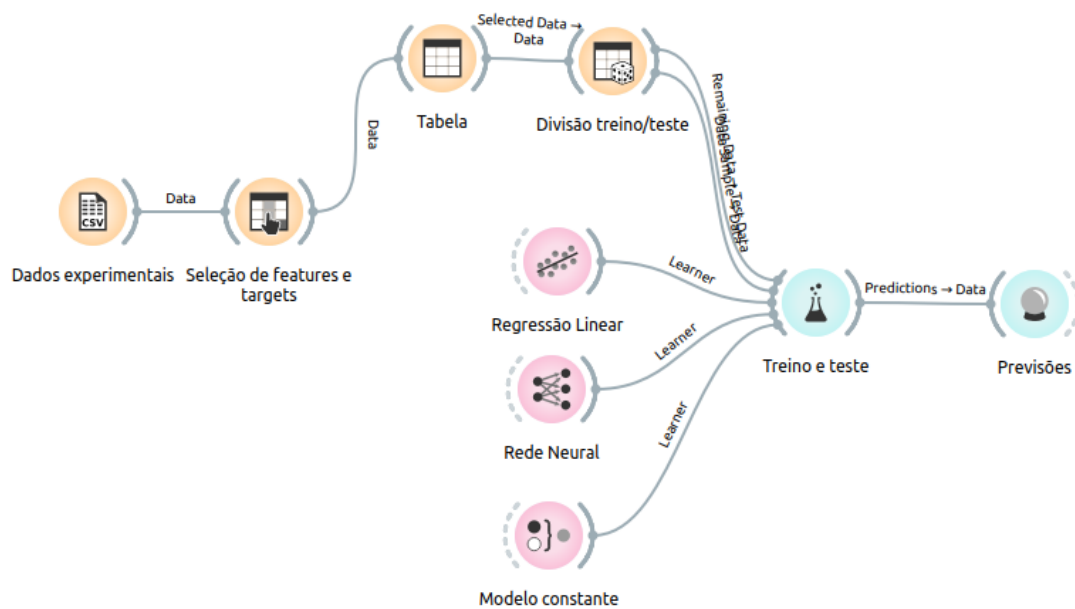
Após esse procedimento, os modelos utilizados foram escolhidos e configurados e conectados aos dados experimentais:

- 5) uma rede neural, como descrita;  
 6) um modelo de regressão linear, como o proposto por Peixer (2020);  
 7) um modelo “constante”, que emitia como resultado sempre a média do valor da variável alvo.

Esses demais modelos foram utilizados para poder comparar os resultados da rede neural. O próprio software realiza o processo, automaticamente, de normalização dos dados de entrada, centralizando-os na média daquele parâmetro e escalando-os para se obter um desvio-padrão igual a 1 (um). Assim, os modelos são:

- 8) treinados e testados e os resultados são apresentados;  
 9) bem como as previsões calculadas para os dados separados para teste.

Figura 3.3 – Diagrama do processo de treinamento do modelo.



Fonte: O Autor (2021).

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

O presente capítulo apresenta os resultados e discussões obtidos neste trabalho de graduação. Primeiramente, são comparados os erros (MSE, RMSE, MAE e R2) que são determinados a partir dos 20% dos dados experimentais com seus respectivos valores previstos pelos modelos de inteligência artificial treinados. Na sequência, analisa-se com maior detalhamento os resultados obtidos para a rede neural treinada, fazendo a verificação com 20% dos dados experimentais para a capacidade de refrigeração. Por fim, apresentam-se resultados para a capacidade de refrigeração obtida pela rede neural treinada, mas considerando diferentes diferenças de temperaturas de entrada, com o objetivo de avaliar e validar a rede neural treinada com informações de entrada diferentes daquelas na qual esta foi treinada.

### 4.1 COMPARAÇÃO DOS MODELOS DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL PROPOSTOS

Após configurar o modelo matemático, inserir os dados experimentais e executar o treinamento no software Orange (DEMSAR et al. 2013), inicialmente faz-se uma análise da qualidade dos modelos propostos (utilizando os métodos de rede neural, regressão linear e constante) por meio dos seguintes parâmetros:

- MSE (*Mean Squared Error*) representa a média do erro ao quadrado e pode ser calculado de acordo com a equação 4.1:

$$MSE = \frac{\sum_i (y - o)^2}{n} \quad (4.1)$$

em que  $i$  representa cada conjunto de dados separados para teste dos modelos,  $y$  representa o resultado medido no teste do parâmetro alvo,  $o$  representa o resultado real obtido pelo modelo e  $n$  representa o número de conjunto de dados experimentais separados para teste dos modelos.

- RMSE (*Root Mean Squared Error*) representa a raiz quadrada da média do erro ao quadrado e pode ser calculado de acordo com a equação 4.2:

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (4.2)$$

- MAE (*Mean Average Error*) representa a média do erro e pode ser calculado de acordo com a equação 4.3:

$$MAE = \frac{\sum_i (y - o)}{n} \quad (4.3)$$

em que  $i$  representa cada conjunto de dados separados para teste dos modelos,  $y$  representa o resultado medido no teste do parâmetro alvo,  $o$  representa o resultado real obtido pelo modelo e  $n$  representa o número de dados experimentais separados para teste dos modelos.

- R2 é uma medida de como os resultados dos modelos se assemelharam com os resultados esperados, variando de -1 a 1, aqui o objetivo é ter um modelo que tenha um R2 o mais próximo de 1 possível. O R2 pode ser calculado como na equação 4.4:

$$R2 = 1 - \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad (4.4)$$

sendo  $i$  representa cada conjunto de dados separados para teste dos modelos,  $y$  representa o valor esperado para o parâmetro alvo medido,  $\hat{y}_i$  representa o valor real obtido pelo modelo para o parâmetro  $\bar{y}_i$  alvo, representa a média dos valores esperados para o parâmetro alvo medido.

Os valores destes quatro parâmetros obtidos para os três modelos analisados (rede neural, regressão linear, e constante – modelo de teste que retorna apenas a média do valor alvo para quaisquer valores de parâmetros de entrada) estão contidos na Tabela 4.1. Estes valores representam os erros dos modelos com relação aos dados experimentais separados para teste, ou seja, são os 20% dos dados experimentais que não foram usados no treinamento.

Tabela 4.1 – Resultados dos modelos

<b>Modelo</b>	<b>MSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>MAE</b>	<b>R2</b>
Rede Neural	0.627	0.792	0.638	0.994
Regressão Linear	4.806	2.192	1.893	0.958
Constante	116.276	10.783	8.649	-0.028

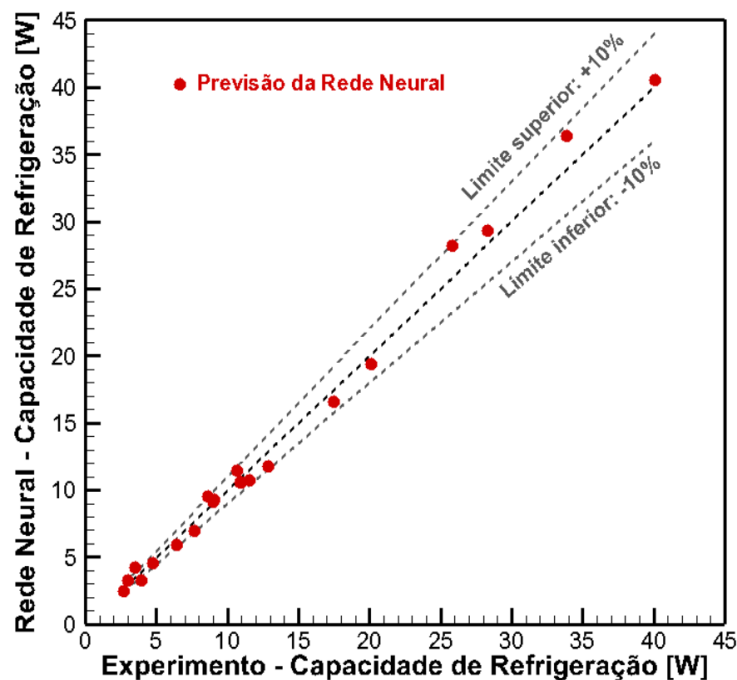
Fonte: O Autor (2021)

Analisando os resultados da Tabela 4.1, verifica-se que o modelo de rede neural artificial teve o menor erro dentre todos, além de ter o valor de R2 que mais se aproxima da unidade. Logo, conclui-se que a rede neural é o modelo capaz de prever a capacidade de refrigeração do sistema real (experimentos) com maior precisão, e possivelmente é robusta o suficiente para avaliar outras condições experimentais diferentes daquelas utilizadas no treinamento e teste inicial (com 20% de dados experimentais).

#### 4.2 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS PREVISTOS PELA REDE NEURAL

O Gráfico 4.1 apresenta uma comparação entre os valores de capacidade de refrigeração medidos experimentalmente (20% dos dados experimentais, que são atribuídos ao eixo das abscissas) com os valores previstos pela rede neural (atribuídos ao eixo das ordenadas). Também foram incluídas mais três informações: i) a linha tracejada preta indica a relação perfeita (1:1) entre valor experimental e previsto; ii) a linha cinza superior representa o valor experimental acrescido de 10% (limite superior); iii) a linha cinza inferior representa o valor experimental decrescido de 10% (limite inferior).

Gráfico 4.1 – Comparativo entre o resultado experimental e previsto pelo modelo de rede neural.



Fonte: O Autor (2021)

Analisando este resultado fica evidente que a rede neural treinada é capaz de prever com boa precisão os resultados experimentais (20% dos dados), corroborando as análises baseadas nos erros e R2 discutidos na seção anterior, ao registrar basicamente todos os resultados do teste (círculos vermelhos) entre as linhas de  $\pm 10\%$  (limites superior e inferior). Portanto, entende-se que o modelo matemático simplificado acoplado a uma rede neural treinada teve um desempenho satisfatório para prever os valores de capacidades de refrigeração obtidos por Trevizoli (2015) para as condições das Tabelas 3.1 e 3.2.

#### 4.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS PREVISTOS PELA REGRESSÃO LINEAR

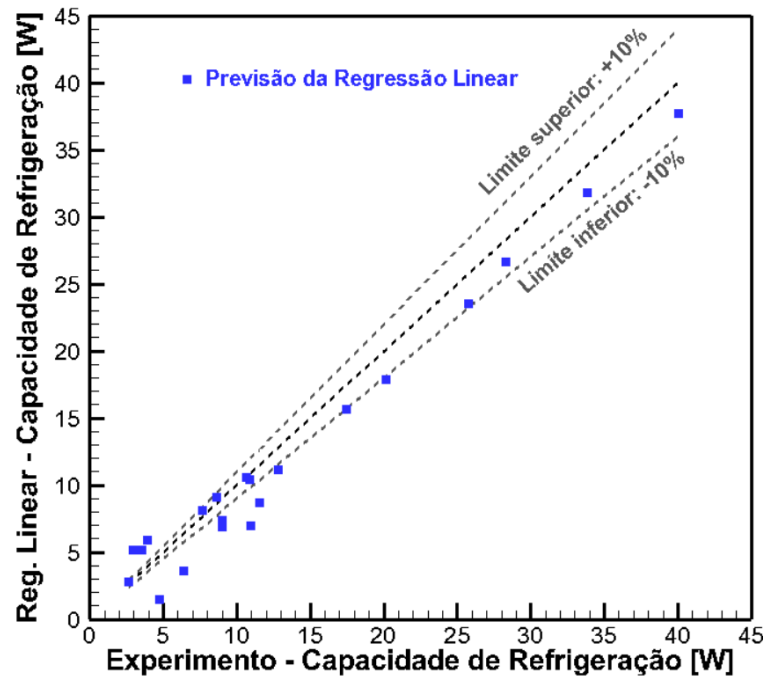
Neste ponto, propõe-se em fazer a mesma análise realizada na seção anterior, porém para os resultados previstos pela regressão linear. Esta avaliação é importante uma vez que parte da metodologia empregada neste trabalho foi baseada na dissertação de G.F. Peixer (2020), mais especificamente, o modelo matemático apresentado na Seção 3.2. Porém, como pode ser visto na equação 3.4, Peixer (2020) utilizou-se do modelo da regressão linear, encontrando valores para os coeficientes:  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ .

Deste modo, o Gráfico 4.2 apresenta uma comparação entre os valores de capacidade de refrigeração medidos (eixo x) com os valores previstos pela regressão linear (eixo y). sendo também dispostos as linhas tracejadas preta (1:1) e cinzas de limite superior e de limite inferior ( $\pm 10\%$ ).

Conforme já esperado, baseado nos resultados dos erros e R2 da Seção 4.1, o resultado do modelo de regressão linear apresentou um desempenho inferior ao modelo de rede neural. Os maiores desvios são observados, principalmente, para baixos valores de capacidade de refrigeração em que vários pontos previstos pela regressão linear (quadrados azuis) ficaram fora das linhas de  $\pm 10\%$  (limites superior e inferior). Portanto, recomenda-se o uso da rede neural treinada para os trabalhos seguintes, na tentativa de prever a capacidade de refrigeração deste sistema de refrigeração magnética submetido a diferentes condições de operação e de geometrias de matriz regenerativa.



Gráfico 4.2 – Comparativo entre o resultado experimental e o previsto pelo modelo de regressão linear.



Fonte: O Autor (2021)

#### 4.4 AVALIAÇÃO DA REDE NEURAL TREINADA EM PREVER A CAPACIDADE DE REFRIGERAÇÃO SOB NOVAS CONDIÇÕES DE TEMPERATURAS

Nesta Seção propõe-se alimentar a rede neural com novos valores de temperaturas  $T_{H,end}$  e  $T_{C,end}$  para prever os resultados, em que destacam-se os seguintes pontos:

- Os parâmetros geométricos e estruturais são os mesmos da Tabela 3.1, ou seja, trata-se do mesmo AMR;
- Os valores de frequência e vazões mássicas (e portanto, utilização) apresentados na Tabela 3.2 são os mesmos medidos experimentalmente e utilizados no treinamento e teste da rede neural;
- Como não há a possibilidade de prever adequadamente os valores para  $T_{H,end}$  e  $T_{C,end}$ , faz-se as seguintes aproximações:  $T_H = T_{H,end}$ ,  $T_C = T_{C,end}$  e  $\Delta T_{Hex} = \Delta T_{AMR}$ .

Destacando o terceiro e último ponto, sabe-se da prática que apesar de fisicamente existir uma diferença de temperaturas, em que  $\Delta T_{Hex} < \Delta T_{AMR}$ , elas são pequenas. Da Tabela 3.2 pode-se ter uma noção da diferença entre os valores de  $\Delta T_{Hex}$  e  $\Delta T_{AMR}$ . Ao comparar suas respectivas faixas de valores, nota-se que  $\Delta T_{AMR}$  é no máximo 2°C maior do que  $\Delta T_{Hex}$ . Portanto, avalia-se que para fins de estudo utilizando um modelo matemático simplificado, essa diferença não

trará implicações significativas ao resultado esperado. Logo, a Tabela 3.4 traz as condições de entrada (operacionais) da rede neural.

Tabela 4.2 – Condições de entrada para novos testes da rede neural.

Variável	Descrição	Valor	Unidade
$T_H$	Temperatura reservatório quente	300	K
$T_C$	Temperatura reservatório frio	300, 305, 310, 315, 320, 325, 330, 335, 340	K
$\Delta T_{Hex}$	Diferença de temperatura	0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40	K
$T_{Amb}$	Temperatura ambiente	300	K
$f$	Frequência de operação	0.25, 0.5 e 1.0	Hz
$\dot{m}$	Vazão mássica	4,7 - 103	kg/h

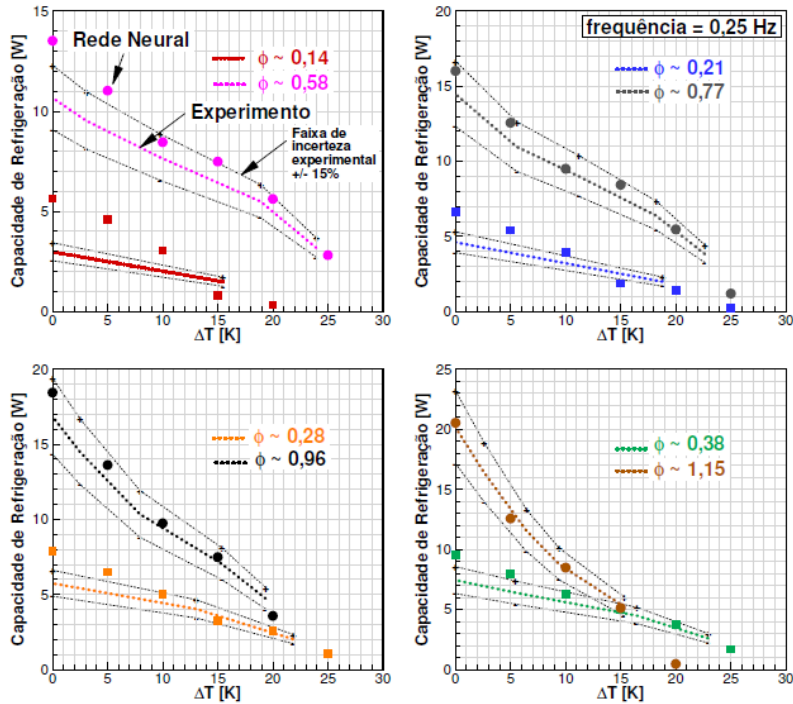
Fonte: O Autor (2021).

Os Gráficos 4.3, 4.4 e 4.5 apresentam curvas de capacidade de refrigeração em função da diferença de temperatura  $\Delta T_{Hex}$  para diferentes fatores de utilização. As curvas comparam os resultados experimentais obtidos por Trevizoli (2015) (linhas tracejadas) com os resultados previstos pela rede neural (símbolos). Os Gráficos 4.3, 4.4 e 4.5 dizem respeito a diferentes frequências de operação, respectivamente, 0,25 Hz, 0,5 Hz e 1 Hz.

Analisando os resultados observam-se os seguintes pontos:

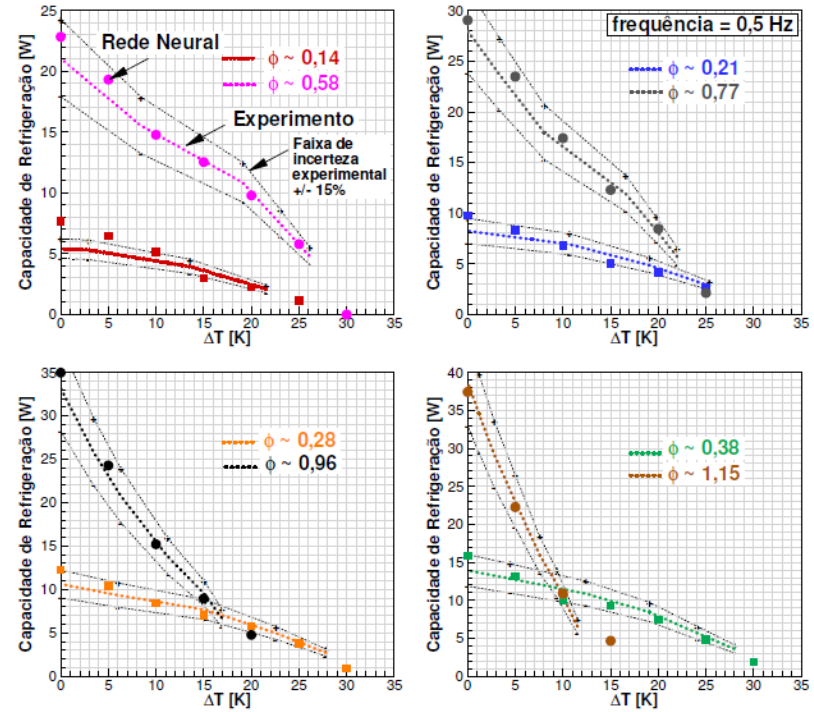
- os resultados previstos pela rede treinada com 80% dos dados experimentais ficaram bastante próximo do medido experimentalmente;
- dentre as frequências, a de 0,25 Hz foi a que apresentou maiores desvios, especialmente para valores mais baixos de fator de utilização;
- os resultados apresentaram melhor qualidade de previsão para valores crescentes de fator de utilização;
- para as maiores frequências, a previsão da rede treinada é muito satisfatória;

Gráfico 4.3 – Capacidade de Refrigeração por diferença de temperatura para frequência de 0.25 Hz e diferentes Fatores de Utilização.



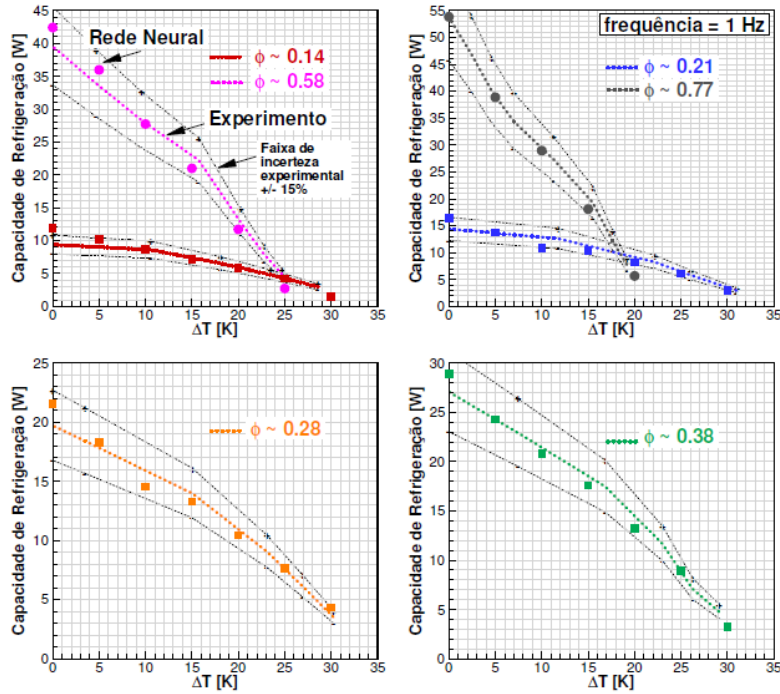
Fonte: O Autor (2021)

Gráfico 4.4 – Capacidade de Refrigeração por diferença de temperatura para frequência de 0.5 Hz e diferentes Fatores de Utilização.



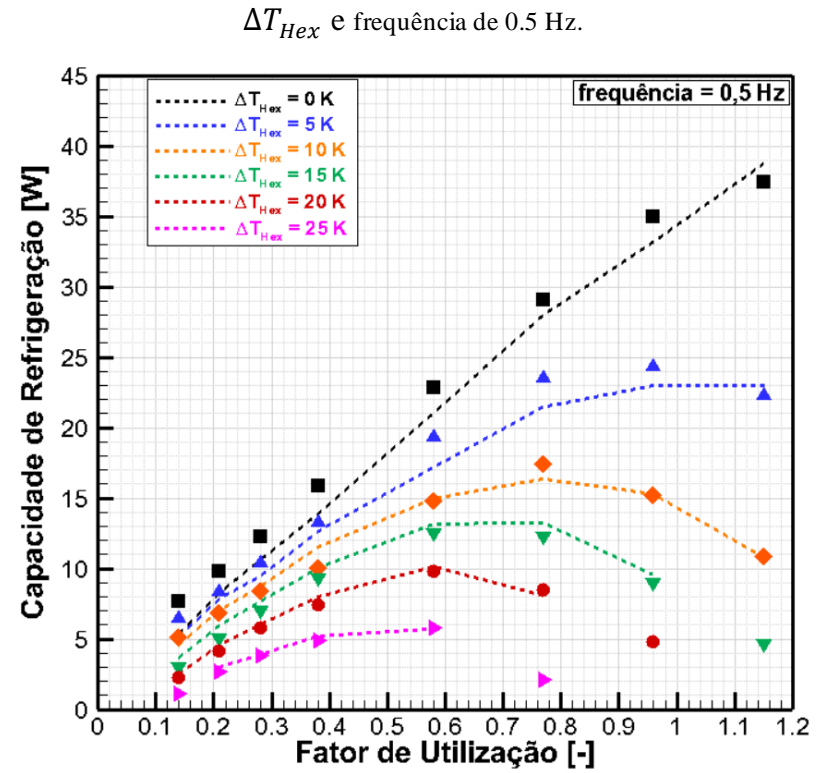
Fonte: O Autor (2021)

Gráfico 4.5 – Capacidade de Refrigeração por diferença de temperatura para frequência de 1 Hz e diferentes Fatores de Utilização.



Fonte: O Autor (2021)

Gráfico 4.6 – Capacidade de Refrigeração por fator de utilização para diferentes  $\Delta T_{Hex}$  e frequência de 0.5 Hz.



Fonte: O Autor (2021)

O Gráfico 4.6, por sua vez, traz os mesmos resultados apresentados no Gráfico 4.4, para a frequência de 0,5 Hz, porém expostos de uma forma diferenciada. Ele apresenta as curvas de capacidade de refrigeração em função do fator de utilização para diferença de temperatura  $\Delta T_{Hex}$ . Novamente, os resultados experimentais obtidos por Trevizoli (2015) são as linhas tracejadas e os resultados previstos pela rede neural são os símbolos. Note, entretanto, que a rede prevê exatamente o valor para cada  $\Delta T_{Hex}$  fixado (0 a 25 K) ao passo que os resultados experimentais são obtidos por uma interpolação a partir do Gráfico 4.4.

Analisando este resultado, reforça-se a boa previsão dos resultados obtidos pela rede neural, apresentado:

- as mesmas faixas de valores para a capacidade de refrigeração em comparação ao experimento;
- as mesmas tendências de cada curva de  $\Delta T_{Hex}$  fixo;
- os mesmos valores de fator de utilização onde os picos de capacidade de refrigeração são observados;

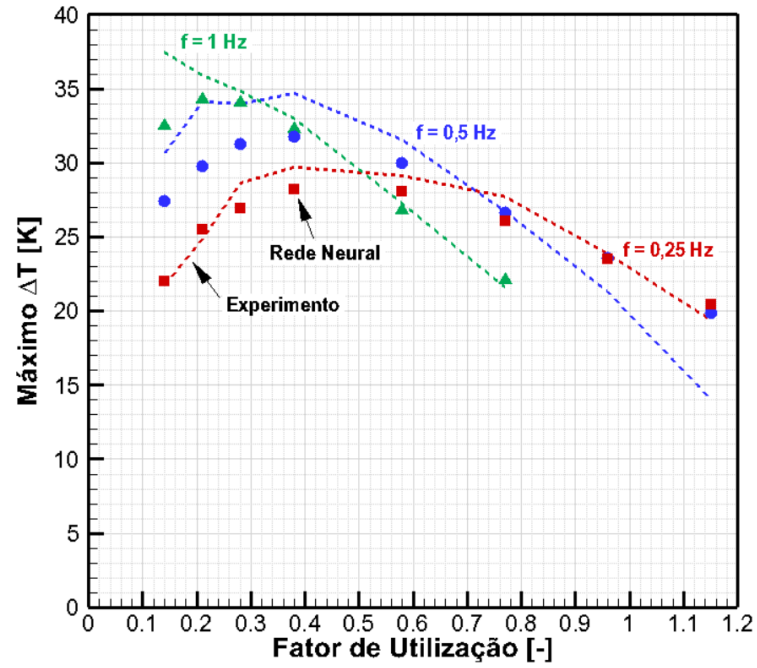
Além disso, destaca-se que a rede neural treinada foi capaz de prever resultados não obtidos no experimento. Observe os valores de capacidade de refrigeração para: i)  $\Delta T_{Hex} = 15$  K e  $\phi = 1,15$ ; ii)  $\Delta T_{Hex} = 20$  K e  $\phi = 0,96$ ; i)  $\Delta T_{Hex} = 25$  K e  $\phi = 0,77$ . Note que os pontos previstos pela rede seguem a mesma tendência da curva, sendo um resultado fortemente consistente com a física de um AMR.

Por fim, o Gráfico 4.7 apresenta os resultados para a máxima diferença de temperatura,  $\Delta T_{Hex,max}$ , observada em um AMR em função do fator de utilização, para as frequências de 0,25 Hz, 0,5 Hz e 1 Hz. Mais uma vez, compara-se os resultados experimentais (linhas tracejadas) com a previsão da rede neural (símbolos). Destaca-se que para as duas situações (resultados do experimento e da rede), o valor de  $\Delta T_{Hex,max}$  é obtido por meio de interpolações e extrapolações.

A previsão da rede para  $\Delta T_{Hex,max}$  é relativamente consistente, porém, não tão boa quanto a previsão da capacidade de refrigeração. Alguns valores e tendências similares são observadas, especialmente para a frequência de 0,25 Hz. Mas, é notória uma maior discrepância para os valores mais altos de  $\Delta T_{Hex,max}$  na frequência de 1 Hz, à medida que o fator de utilização é reduzido. Avalia-se, porém, que há uma incerteza maior quanto aos valores experimentais para o  $\Delta T_{Hex,max}$  uma vez que são obtidos por extrapolação de dados experimentais, e deste modo,

deve-se utilizar a rede neural com ressalvas caso trabalhos futuros proponham avaliar o  $\Delta T_{Hex,max}$  por meio do procedimento proposto neste trabalho.

Gráfico 4.7 – Máximo valor de  $\Delta T_{Hex}$  variando com o fator de utilização e frequência.



Fonte: O Autor (2021)

## CONCLUSÃO

O presente trabalho estudou a modelagem de um sistema de refrigeração magnético, que tem como componente principal um regenerador magnético ativo, por métodos de Aprendizado de Máquina. A modelagem teve como princípio a utilização de dados experimentais do trabalho de Trevizoli (2015) para treinar e testar os modelos propostos. Ademais, foram realizados 5 ensaios para obter as estimativas de valores obtidos por meio de uma rede neural treinada em condições de operação não testadas experimentalmente. Na sequência, foram realizadas comparações entre o resultado da rede neural com curvas experimentais de capacidade de refrigeração em função da diferença de temperaturas entre os reservatórios térmicos e fator de utilização.

O primeiro objetivo do trabalho foi avaliar se seria possível criar um modelo de Aprendizado de Máquina para obter valores de Capacidade de Refrigeração. Esta etapa foi cumprida satisfatoriamente, uma vez que havia uma quantidade viável de dados experimentais confiáveis, além de ter sido possível calcular todas as variáveis de entrada consideradas necessárias para a modelagem.

Posteriormente, foram definidas as variáveis de entrada dos modelos propostos, de acordo com as suas respectivas influências na Capacidade de Refrigeração, determinadas pelo modelo de Peixer (2020). Uma vez definidas, as variáveis foram usadas para treinar três modelos, dois (regressão linear e constante) criados para efeitos de comparação com o último, baseado no método de redes neurais.

Baseando-se nos erros obtidos para cada um dos três modelos utilizados, pode-se concluir que o modelo de redes neurais artificiais foi o que trouxe melhores resultados, ficando bastante próximo do resultado esperado. Logo, conclui-se que ele pode ser utilizado para calcular a Capacidade de Refrigeração do sistema utilizado por Trevizoli (2015), atingindo um R2 de 0,994, MAE de 0,638, RMSE de 0,792 e MSE de 0,627, superando os dois outros modelos em todos esses parâmetros de avaliação.

Na sequência, empregou-se a rede neural treinada para estimar valores de capacidade de refrigeração para diferentes fatores de utilizados, em condições de diferença de temperaturas entre os reservatórios térmicos não avaliadas experimentalmente. O modelo mostrou resultados para a Capacidade de Refrigeração bem próximos às curvas levantadas experimentalmente por Trevizoli (2015). Porém, foi possível observar que a qualidade dos resultados previsto pela rede

neural não foi uniforme para todas as condições de operação estudadas, sendo notória uma maior proximidade com as curvas experimentais para as maiores frequências (0,5 Hz e 1 Hz), enquanto que para a frequência de 0,25 Hz uma boa qualidade dos resultados da rede foram visualizados para os maiores valores de fator de utilização. Em contrapartida, para os resultados de máximo  $\Delta T_{Hex}$  em função do Fator de Utilização, houve uma maior diferença entre os resultados da rede e experimental, em que para as menores frequências (0,25 Hz e 0,5 Hz) obteve-se resultados mais próximos. Logo, deixa-se a ressalva de se avaliar com maior cautela a previsão da rede neural treinada para o máximo  $\Delta T_{Hex}$ . Uma possível explicação para uma melhor qualidade dos resultados para frequências de operação maiores é que em frequências menores de operação o sistema real se distancia da consideração do modelo de regime estacionário, opostamente à operação em frequências maiores, que se aproxima de um regime estacionário.

Por fim, avalia-se que o modelo de redes neurais atendeu às expectativas iniciais do trabalho. Porém, testes adicionais são necessários para avaliar seu bom funcionamento variando-se outras condições de operação, como frequência e fator de utilização, bem como testando outras geometrias de regenerador magnético ativo, como placas paralelas e pinos.

## 5.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para trabalhos futuros recomenda-se:

- Realizar novos treinamentos da rede neural utilizando-se dados experimentais de outras geometrias de AMR, uma vez que a utilização de redes neurais de aprendizado de máquina depende da variação dos seus parâmetros de entrada para atribuir os pesos corretamente;
- Avaliação da eficiência preditiva do modelo de rede neural para outras geometrias de AMR;
- Exploração de novas configurações da rede neural, isto é, a utilização de diferentes funções de ativação de neurônios e algoritmos solucionadores, bem como a variação da arquitetura da rede (incluindo número de neurônios, quantidade de camadas);



## REFERÊNCIAS

- [1] APREA, C.; GRECO, A.; MAIORINO, A. An application of the artificial neural network to optimise the energy performances of a magnetic refrigerator. **International Journal of Refrigeration**, v. 82, p. 238–251, out. 2017.
- [2] ASTRAIN, D.; VIÁN, J. G.; ALBIZUA, J. Computational model for refrigerators based on Peltier effect application. **Applied Thermal Engineering**, v. 25, n. 17–18, p. 3149–3162, dez. 2005.
- [3] AVELAR, L. et al. **Thermodynamic Analysis of Thermomagnetic Motors**. Proceedings of the 18th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering. **Anais...** In: 18TH BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL SCIENCES AND ENGINEERING. ABCM, 2020. Disponível em: <<http://abcm.org.br/anais-de-eventos/CIT20/0047>>. Acesso em: 3 ago. 2021
- [4] BACLIC, B. S. The Application of the Galerkin Method to the Solution of the Symmetric and Balanced Counterflow Regenerator Problem. **Journal of Heat Transfer**, v. 107, n. 1, p. 214–221, 1 fev. 1985.
- [5] BAHL, C. R. H. et al. A versatile magnetic refrigeration test device. **Review of Scientific Instruments**, v. 79, n. 9, p. 093906, 2008.
- [6] BARBOSA JR, Jader R.; RIBEIRO, Guilherme B.; DE OLIVEIRA, Pablo A. A state-of-the-art review of compact vapor compression refrigeration systems and their applications. **Heat Transfer Engineering**, v. 33, n. 4-5, p. 356-374, 2012.
- [7] BELLIS, Mary. “**The History of the Refrigerator**”. 2019. Disponível em: <https://www.thoughtco.com/history-of-refrigerator-and-freezers-4072564>. Acesso em: 31/01/2021.
- [8] BROWN, G. V. Magnetic heat pumping near room temperature. **Journal of Applied Physics**, v. 47, n. 8, p. 3673–3680, ago. 1976.
- [9] BURDYN, T.; ROWE, A. Simplified modeling of active magnetic regenerators. **International Journal of Refrigeration**, v. 36, n. 3, p. 932–940, maio 2013.
- [10] COULOMB, D. **Refrigeration: The challenges associated with sustainable development**, in Proc. 6th Int. Conf. on Compressors and Coolants (2006).
- [11] DEMŠAR, J. et al. Orange: data mining toolbox in python. **The Journal of Machine Learning Research**, v. 14, n. 1, p. 2349–2353, 1 jan. 2013.
- [12] DUTRA, Sergio L. et al. **A magnetic wine cooler prototype**. **International Journal of Refrigeration**, [s. l.], v. 122, p. 110-121, fev. 2021.
- [13] ENGELBRECHT, K. et al. Experimental results for a novel rotary active magnetic regenerator. **International Journal of Refrigeration**, v. 35, n. 6, p. 1498-1505, 2012.

- [14] ERIKSEN, D. et al. **Design and experimental tests of a rotary activemagnetic regenerator prototype.** *International Journal of Refrigeration*, [S. l.], n. 58, p. 14-21, 20 maio 2015.
- [15] FERNANDO, P. Polack et al. **Safety and Efficacy of the BNT162b2 mRNA Covid-19 Vaccine.** *The New England Journal of Medicine*, n. 383, p. 2603-2615, 31 dez. 2020.
- [16] GETIE, Muluken Z. et al. Reversed regenerative Stirling cycle machine for refrigeration application: A review. *International Journal of Refrigeration*, v. 118, p. 173-187, 2020.
- [17] GOSNEY, W. B. **Principles of Refrigeration.** [S.l.]: Cambridge University Press, 1982.
- [18] GRAUPE, Daniel. **Principles of Artificial Neural Networks.** 2. ed. [S. l.]: World Scientific Publishing, 2007.
- [19] GRECO, A. **A review of the state of the art of solid-state caloric cooling processes at room-temperature before 2019.** *International Journal of Refrigeration*, n. 106, p. 66-88, 5 jul. 2019.
- [20] HADLEY, G. R. Thermal conductivity of packed metal powders. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 29, n. 6, p. 909–920, jun. 1986.
- [21] HIRANO, N., NAGAVA, S., TAKAHASHI, M., KURIYAMA, T., ITO, K., NOMURA, S., 2002. **Development of magnetic refrigerator for room temperature application.** *Adv. Cryog. Eng.* 47, 1027–1034.
- [22] HORBANIUC, B. D. Refrigeration and Air-Conditioning. In: **Encyclopedia of Energy.** [s.l.] Elsevier, 2004. p. 261–289.
- [23] INCROPERA, F. P.; BERGMAN, T. L.; DEWITT, D. P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa.** Rio de Janeiro: LTC, 2008.
- [24] J. A. Barclay and W. A. Steyert. **Active Magnetic Regenerator.** 1982. US-Patent 4332135.
- [25] KAMRAN, Muhammad Sajid; AHMAD, Hafiz Ozair; WANG, Hua Sheng. **Review on the developments of active magnetic regenerator refrigerators – Evaluated by performance.** *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, [s. l.], v. 133, 1 dez.2020.
- [26] KAVIANY, M. **Principles of Heat Transfer in Porous Media.** Second. [S.l.]: Springer, 1995.
- [27] KITANOVSKI, A.; EGOLF, P. W. Thermodynamics of magnetic refrigeration. *International Journal of Refrigeration*, v. 29, n. 1, p. 3–21, jan. 2006.
- [28] KITANOVSKI, A.; TUSEK, J.; TOMC, U.; PLAZNIK, U.; OZBOLT, M.; POREDOS, A. **Magnetocaloric Energy Conversion: From Theory to Applications.** [S.l.]: Springer International Publishing, 2015.
- [29] KOCH, D. L.; BRADY, J. F. Dispersion in fixed beds. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 154, p. 399–427, maio 1985.
- [30] KREITH, F. **The CRC Handbook of Thermal Engineering.** [S.l.]: CRC Press, 2000.

- [31] LAWLER, Kevin. Premiere of Cutting – **Edge Cooling Appliance at CES 2015**. [S. l.], 5 jan. 2015. Disponível em: <https://astronautics.com/premiere-of-cutting-edge-cooling-appliance-at-ces-2015/>. Acesso em: 30 jun. 2021.
- [32] LOZANO, Jaime A. et al. Development of a novel rotary magnetic refrigerator. **International Journal of Refrigeration**, v. 68, p. 187-197, 2016.
- [33] MCKINNEY, W. Data Structures for Statistical Computing in Python. **Proceedings of the 9th Python in Science Conference**, p. 56–61, 2010.
- [34] MCLINDEN, M. O.; HUBER, M. L. (R)Evolution of Refrigerants. **Journal of Chemical & Engineering Data**, v. 65, n. 9, p. 4176–4193, 10 set. 2020.
- [35] MINISTRY OF HEALTH, USA. **COVID-19: Vaccine Storage and Handling Guidance – Pfizer-BioNTech and Moderna COVID-19 Vaccines**. [S. l.], 1 fev. 2021. Disponível em: [https://www.health.gov.on.ca/en/pro/programs/publichealth/coronavirus/docs/vaccine/vaccine\\_storage\\_handling\\_pfizer\\_moderna.pdf](https://www.health.gov.on.ca/en/pro/programs/publichealth/coronavirus/docs/vaccine/vaccine_storage_handling_pfizer_moderna.pdf). Acesso em: 18 mar. 2021.
- [36] MORRISH, A. H. **The physical principles of magnetism**. New York: IEEE Press, 2001.
- [37] NAKASHIMA, A. TD et al. A magnetic wine cooler prototype. **International Journal of Refrigeration**, v. 122, p. 110-121, 2021.
- [38] NELLIS, G.; KLEIN, S. Heat Transfer. [S.l.]: **Cambridge University Press**, 2009.
- [39] NIELSEN, K. K. et al. Review on numerical modeling of active magnetic regenerators for room temperature applications. **International Journal of Refrigeration**, v. 34, n. 3, p. 603–616, maio 2011.
- [40] NIELSEN, K. K.; HATTEL, J. H. Numerical modeling and analysis of the active magnetic regenerator. 2010. **Tese de Doutorado**. PhD Thesis, TDU, Denmark.
- [41] OKAMURA, T. et al. Performance of a room-temperature rotary magnetic refrigerator. **International Journal of Refrigeration**, v. 29, n. 8, p. 1327–1331, dez. 2006.
- [42] PALLARES, J.; GRAU, F. X. A modification of a Nusselt number correlation for forced convection in porous media. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 37, n. 9, p. 1187–1190, nov. 2010.
- [43] PECHARSKY, V. K. et al. Thermodynamics of the magnetocaloric effect. **Physical Review B**, v. 64, n. 14, p. 144406, 17 set. 2001.
- [44] PEIXER, Guilherme F. **Thermodynamic design of a magnetic cooling system for air conditioning applications**. 2020. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.
- [45] PERKINS, Jacob. Apparatus for producing ice and cooling fluids. **Patent 6662, United Kingdom**, 1834.
- [46] PLAZNIK, U. et al. Numerical modelling and experimental validation of a regenerative electrocaloric cooler. **International Journal of Refrigeration**, v. 98, p. 139–149, fev. 2019.
- [47] PROTOCOL, Montreal. Montreal protocol on substances that deplete the ozone layer. **Washington, DC: US Government Printing Office**, v. 26, p. 128-136, 1987.

- [48] PROTOCOL, Kyoto. Kyoto protocol. **UNFCCC Website**. Disponível em: [http://unfccc.int/kyoto\\_protocol/items/2830.php](http://unfccc.int/kyoto_protocol/items/2830.php). Acesso em: 3 ago. 2021
- [49] QIN, S. J. Neural Networks for Intelligent Sensors and Control — Practical Issues and Some Solutions. In: **Neural Systems for Control**. [s.l.] Elsevier, 1997. p. 213–234.
- [50] RASCHKA, Sebastian. **About Feature Scaling and Normalization**: - and the effect of standardization for machine learning algorithms. In: About Feature Scaling and Normalization: - and the effect of standardization for machine learning algorithms. [S. l.], 11 jul. 2014. Disponível em: [https://sebastianraschka.com/Articles/2014\\_about\\_feature\\_scaling.html](https://sebastianraschka.com/Articles/2014_about_feature_scaling.html). Acesso em: 29 jun. 2021.
- [51] ROSENBLATT, F. **The perceptron**: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological Review*, [s. l.], v. 65, ed. 4, p. 386-408, 1958.
- [52] ROWE, A. **Active Magnetic Regenerators**: Performance in the Vicinity of Para-Ferromagnetic Second Order Phase Transitions, Tese de doutorado, University of Victoria, 2002.
- [53] ROWE, A. Thermodynamics of active magnetic regenerators: Part I. **Cryogenics**, v. 52, n. 2–3, p. 111–118, fev. 2012.
- [54] ROWE, A.; TURA, A.; DIKEOS, J.; CHAHINE, R. Near room temperature magnetic refrigeration. In: **Proceedings of the International Green Energy Conference**. [S.l.: s.n.], 2005.
- [55] SMITH, A. et al. The demagnetizing field of a nonuniform rectangular prism. **Journal of Applied Physics**, v. 107, n. 10, p. 103910, 15 maio 2010.
- [56] SRIKHIRIN, Pongsid; APHORNATANA, Satha; CHUNGPAIBULPATANA, Supachart. A review of absorption refrigeration technologies. **Renewable and sustainable energy reviews**, v. 5, n. 4, p. 343-372, 2001.
- [57] TAKEUCHI, I.; SANDEMAN, K. Solid-state cooling with caloric materials. **Physics Today**, v. 68, n. 12, p. 48–54, 1 dez. 2015.
- [58] TEYBER, R. et al. Semi-analytic AMR element model. **Applied Thermal Engineering**, v. 128, p. 1022-1029, 2018.
- [59] THOMBARE, D.G.; VEAMR, S. K. **Technological development in the Stirling cycle engines**. **Renewable and Sustainable Energy Reviews** Volume 12, Issue 1, January 2008, Pages 1-38, [S. l.], v. 12, p. 1-38, 1 jan. 2008.
- [60] TREVIZOLI, P. V. **Development of thermal regenerators for magnetic cooling applications**. 2015. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, 2015.
- [61] TREVIZOLI, P. V. **Estudo experimental de um sistema de avaliação de materiais com efeito magnetocalórico para aplicações em refrigeração**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Santa Catarina, 2010.
- [62] TREVIZOLI, P. V.; BARBOSA, J. R.; FERREIRA, R. T. S. Experimental evaluation of a Gd-based linear reciprocating active magnetic regenerator test apparatus. **International Journal of Refrigeration**, v. 34, n. 6, p. 1518–1526, set. 2011.

- [63] TREVIZOLI, P. V. et al. Magnetic heat pumps: an overview of design principles and challenges. **Science and Technology for the Built Environment**, v. 22, n. 5, p. 507-519, 2016.
- [64] TREVIZOLI, P. V.; NAKASHIMA, A. T.; BARBOSA JR, J. R. Performance evaluation of an active magnetic regenerator for cooling applications—part II: Mathematical modeling and thermal losses. **International Journal of Refrigeration**, v. 72, p. 206-217, 2016.
- [65] TURA, A.; ROWE, A. Permanent magnet magnetic refrigerator design and experimental characterization. **International Journal of Refrigeration**, v. 34, n. 3, p. 628–639, maio 2011.
- [66] URBAIN, G. et al. **Un nouveau métal ferromagnétique, le gadolinium**. **Comptes Rendus**, [s. l.], ed. 200, p. 2132-2134, 1935.
- [67] WOLF, Fred W. **Refrigerating apparatus** US1126605A. Depósito: 7 abr. 1913. Concessão: 26 jan. 1915.
- [68] YU, B.; LIU, M.; EGOLF, P. W.; KITANOVSKI, A. **A review of magnetic refrigerator and heat pump prototypes built before the year 2010**. *International Journal of Refrigeration*, v. 13, p. 1029–1066, 2010.
- [69] ZHAO, Dongliang; TAN, Gang. A review of thermoelectric cooling: materials, modeling and applications. **Applied thermal engineering**, v. 66, n. 1-2, p. 15-24, 2014.
- [70] ZIMM, C. et al. Description and Performance of a Near-Room Temperature Magnetic Refrigerator. In: KITTEL, P. (Ed.). **Advances in Cryogenic Engineering**. Boston, MA: Springer US, 1998. p. 1759–1766.

## ANEXO A – CORRELAÇÕES DE EFETIVIDADE, CONDUTIVIDADE TÉRMICA DO SÓLIDO E NTU

A efetividade  $\epsilon$ , segundo Baclic (1985), pode ser calculada através da seguinte correlação:

$$\epsilon = \frac{\frac{\Lambda}{\Pi}(1+7\beta_2-24\{B-2[R_1-A_1-90(N_1+2E)]\})}{1+9\beta_2-24\{B-6[R-A-20(N-3E)]\}} \quad (\text{A.1})$$

onde

$$\begin{aligned} B &= 3\beta_3 - 13\beta_4 + 30(\beta_5 - \beta_6) \\ R &= \beta_2[3\beta_4 - 5(3\beta_5 - 4\beta_6)] \\ A &= \beta_3[3\beta_3 - 5(3\beta_4 + 4\beta_5 - 12\beta_6)] \\ N &= \beta_4[2\beta_4 - 3(\beta_5 + \beta_6)] + 3\beta_5^2 \\ E &= \beta_2\beta_4\beta_6 - \beta_2\beta_5^2 - \beta_3^2\beta_6 + 2\beta_3\beta_4\beta_5 - \beta_4^3 \\ N_1 &= \beta_4[\beta_4 - 2(\beta_5 + \beta_6)] + 2\beta_5^2 \\ A_1 &= \beta_3[\beta_3 - 15(\beta_4 + 4\beta_5 - 12\beta_6)] \\ R_1 &= \beta_2[\beta_4 - 15(\beta_5 - 2\beta_6)] \\ \beta_i &= \frac{V_i(\Pi, \Lambda)}{\Lambda^{i-1}}, \quad i = 2, 3, \dots, 6 \end{aligned}$$

$$\Pi = hA/C_r$$

$$\Lambda = hA/C$$

em que  $h$  representa o coeficiente de transferência de calor,  $A$  representa a área de troca de calor,  $C$  representa a capacidade de transferência de calor do escoamento e  $C_r$  representa a capacidade de transferência de calor do AMR.

Para definir,  $h$  foi utilizada a correlação proposta por Pallares e Grau (2010):

$$\frac{hd_p}{k_f} = 2 \left( 1 + \frac{4(1-\varphi_f)}{\varphi_f} \right) + (1 - \varphi_f)^{\frac{1}{2}} Re_{dp}^{0.6} (\text{Pr})^{\frac{1}{3}} \quad (\text{A.2})$$

onde  $\text{Pr}$  é o número de Prandt, calculado por:

$$\text{Pr} = \nu/\alpha_d \quad (\text{A.3})$$

onde  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido e  $\alpha_d$  é a difusividade térmica.

A função  $V_i(\Pi, \Lambda)$  é definida por Baclic (1985) como:

$$V_i(x, y) = \exp[-(x + y)] \sum_{n=i-1}^{\infty} \binom{n}{i-1} \left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{n}{2}} I_n(2\sqrt{xy}), m \geq 1 \quad (\text{A.4})$$

sendo  $I_n$  a função modificada de Bessel de ordem  $n$ .

O NTU do trocador de calor pode ser obtido pela equação:

$$\text{NTU} = \Lambda = hA/C \quad (\text{A.5})$$

Para determinar a condutividade térmica efetiva do sólido a seguinte relação de Hadley (1986) foi utilizada:

$$\frac{k_s^{eq}}{k_f} = \frac{(1 - \alpha_0) \left( \varphi_f f_0 + \frac{(1 + f_0 \varphi_f) k_s}{k_f} \right)}{1 - \varphi_f (1 - f_0) + \frac{k_s}{k_f} \varphi_f (1 - f_0)} + \frac{\alpha_0 \left( 2 \left( \frac{k_s}{k_f} \right)^2 (1 - \varphi_f) + \frac{(1 + 2\varphi_f) k_s}{k_f} \right)}{\frac{(2 + \varphi_f) k_s}{k_f} + (1 - \varphi_f)} \quad (\text{A.6})$$

onde  $f_0 = 0.8$  e  $\log \alpha_0 = -1.084 - 6.778(\varphi_f - 0.298)$ .