

**Universidade Estadual de Maringá**



**CENTRO DE TECNOLOGIA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**EDUARDO HENRIQUE GOMES EVARISTO**

**Modelagem e Análise Numérica de Trocadores de Calor com  
Canais Circulares para Aplicações em Motores  
Termomagnéticos com Retorno por Gravidade**

**PEM**  
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica | UEM

Maringá  
2019

EDUARDO HENRIQUE GOMES EVARISTO

**Modelagem e Análise Numérica de Trocadores de Calor com Canais  
Circulares para Aplicações em Motores Termomagnéticos com  
Retorno por Gravidade**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, do Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Tecnologia da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Materiais

Orientador: Prof. Dr. Paulo Vinicius Trevizoli

Coorientador: Prof. Dr. Cleber Santiago Alves



Este é o exemplar definitivo da Dissertação apresentado por **Eduardo Henrique Gomes Evaristo**, perante a Comissão Julgadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica em 30/08/2019.

## COMISSÃO JULGADORA

**Dr. Paulo Vinicius Trevizoli**  
(orientador)

Prog. de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica/DEM  
Departamento de Engenharia Mecânica/UFMG

**Dr. Cleber Santiago Alves**  
(coorientador/presidente)

Prog. de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica/DEM  
Departamento de Engenharia Mecânica/UEM

**Dr. Júlio César Dainezi de Oliveira**

Prog. de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica/DEM  
Departamento de Engenharia Mecânica/UEM

**Dr. Pablo Adamoglu de Oliveira**

Especialista em Fluido Dinâmica Computacional/ASML



## RESUMO

Nas últimas décadas, a pesquisa e desenvolvimento de dispositivos geradores de energia, vêm tendo como foco o uso de tecnologias alternativas mais eficientes e menos danosas ao meio ambiente. Neste âmbito, os motores termomagnéticos, que se baseiam na capacidade de materiais magnéticos mudarem seu estado de magnetização quando aquecidos e resfriados, podem ser uma opção viável para este tipo de atividade. Os motores termomagnéticos tornam-se ainda mais atrativos ao utilizarem rejeitos térmicos como fonte de calor para operar. Contudo, estes motores apresentam algumas características que devem ser otimizadas para realizar-se uma avaliação ponderada quanto ao seu potencial para uso em sistemas de conversão de energia. Sendo assim, o objetivo principal deste trabalho é a modelagem matemática e análise numérica para o estudo e dimensionamento otimizado de trocadores de calor com canais circulares para aplicações em motores termomagnéticos do tipo Tesla com retorno por gravidade. Um modelo transiente e unidimensional é proposto e implementado seguindo o método dos volumes finitos, em que as equações da energia para o sólido e o fluido são resolvidas de forma acoplada. Alguns tipos de perdas, como o campo desmagnetizante interno, dissipação viscosa e condução axial são consideradas. Para se obter parâmetros geométricos e operacionais otimizados para o trocador de calor, leia-se: diâmetro e número de canais, e vazão do fluido de trabalho, é proposto o uso do método da Minimização de Entropia Gerada associada a *Performance Evaluation Criteria* (PEC) de geometria fixa. A entropia total gerada é composta por quatro parcelas: condução axial nas fases sólido e fluido, dissipação viscosa e transferência de calor com diferença finita de temperatura. As parcelas da entropia são calculadas em uma etapa de pós processamento. Ao todo, foram simulados 410 casos, sendo encontrada a combinação de diâmetro e número de canais, e vazão de operação, que resultou em uma potência de 0,4 W com o mínimo de entropia gerada.

**Palavras-chave:** Motor termomagnético, Motor de Tesla, Materiais Magnéticos, Efeito Magnetocalórico, Magnetização, Método da Minimização de Entropia Gerada.



## ABSTRACT

In the last decades, the research and development of energy generating devices have focused on the use of alternative technologies that are more efficient and less harmful to the environment. In this context, thermomagnetic motors, which rely on the ability of magnetic materials to change their magnetization state when heated and cooled, may be a viable option for this type of activity. Thermomagnetic motors become even more attractive by using thermal waste as a heat source to operate. However, these motors have some characteristics that should be optimized for a thorough assessment of their potential for use in power conversion systems. Therefore, the main objective of this work is the mathematical modeling and numerical analysis for the study and optimized design of circular channel heat exchangers for applications in Tesla gravity return motors. A transient and one-dimensional model is proposed and implemented following the finite volume method, in which the energy equations for the solid and fluid are coupled together. Some types of losses, such as internal demagnetizing field, viscous dissipation and axial heat conduction are considered. To obtain optimized geometric and operational parameters for the heat exchanger, read: diameter and number of channels, and working fluid flow, it is proposed to use the Entropy Generation Minimization method associated with Performance Evaluation Criteria (PEC) of fixed geometry. The total entropy generated is composed of four plots: axial conduction in the solid and fluid phases, viscous dissipation and heat transfer with finite temperature difference. Entropy plots are calculated in a post processing step. In all, 410 cases were simulated, being found the combination of diameter and number of channels, and operating flow, which resulted in a power of 0.4 W with the minimum entropy generated.

**Keywords:** Thermomagnetic Motors, Tesla Motor, Magnetic Materials, Magnetocaloric Effect, Magnetization, Entropy Generation Minimization Method.





## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Consumo total de energia no mundo por combustível de 1971-2016.....	25
Figura 1.2 – Esquema de funcionamento do motor termomagnético com retorno por gravidade. ....	28
Figura 1.3 – Ciclo idealizado de Ericson para um gerador termomagnético. ....	29
Figura 1.4 – Gráfico $M \times T$ para a transição magnética: (a) segunda ordem; (b) primeira ordem. ....	30
Figura 2.1 – Desenho esquemático do alinhamento dos momentos magnéticos em um material paramagnético: (a) arranjo desordenado na ausência de campo magnético; (b) resposta quando um campo de intensidade moderada é aplicado. ....	34
Figura 2.2 – Gráficos esquemáticos de materiais ferro/ferrimagnéticos: (a) magnetização; (b) curva de histerese.....	35
Figura 2.3 – Diferenças nas curvas de histerese para materiais magnéticos moles e duros. ....	36
Figura 2.4 – Gráfico da magnetização de saturação em função da temperatura para o Fe e o $Fe_3O_4$ .....	37
Figura 2.5 – Ímãs atômicos em um corpo magnetizado. ....	38
Figura 2.6 – Distribuição de campo em uma barra magnética: (a) campo $H$ ; (b) densidade de fluxo $B$ ; (c) $H$ , $B$ e $M$ dentro do material. ....	38
Figura 2.7 – Ilustração dos processos de magnetização isotérmico e adiabático em um diagrama T-s. ....	40
Figura 2.8 – Superfície $T \times B \times \Delta S$ para o gadolínio. ....	42
Figura 2.9 – Superfície $T \times B \times \Delta T_{ad}$ para o gadolínio.....	42
Figura 2.10 – Curva esquemática de magnetização mostrando o ciclo de histerese. ....	43
Figura 2.11 – Evolução do fator $BH_{max}$ para ímãs permanentes com o tempo. ....	44
Figura 2.12 - Patentes dos primeiros motores termomagnéticos registrados por Tesla: (a) motor pendular com funcionamento por bobina e retorno por mola; (b) também pendular, mas com ímã permanente como material gerador de campo; (c) igual ao modelo (a), exceto que no lugar da mola, há um volante, que rotacionará com a mesma frequência que o material de trabalho pode aquecer e resfriar.....	45
Figura 2.13 – Representação esquemática do gerador termomagnético de Elliott.....	46
Figura 2.14 – Imagem do motor termomagnético feito por Murakami e Nemoto (1972). ....	46
Figura 2.15 – Modelo de motor termomagnético proposto por Karle.....	47

Figura 2.16 – Modelo de motor termomagnético proposto por Takahashi et al. (2004): (a) visão geral; (b) detalhe dos ímãs e dos pontos de aquecimento/resfriamento; (c) detalhe do rotor com alguns dos valores utilizados nos estudos.....	48
Figura 2.17 – Gerador termomagnético proposto por Ujihara et at. (2007): (a) foto do gerador produzido; (b) imagem em corte do material de trabalho no resfriamento; (c) imagem em corte do material de trabalho no aquecimento.....	49
Figura 2.18 – Modelo de motor termomagnético proposto por Foleiss et al. (2012).....	50
Figura 2.19 – Componentes do motor termomagnético utilizados por Souza (2017): (a) circuito magnético; (b) geometria de trabalho.....	50
Figura 2.20 - Modelo de motor termomagnético proposto por Gargaro (2018): (a) vista isométrica geral do motor; (b) vista em corte com detalhe dos componentes.....	51
Figura 2.21 – Modelo de motor termomagnético proposto e construído por Kaneko (2018)..	52
Figura 3.1 – Ilustração do esquema construtivo do trocador de calor magnético para o projeto do motor: (a) dimensões totais, em mm; (b) representação de um volume elementar. ....	54
Figura 3.2 – Projeto do circuito magnético em C proposto: (a) vista geral isométrica; (b) vista explodida mostrando as partes internas. ....	55
Figura 3.3 – Desenho 2D: (a) detalhe das peças do circuito; (b) detalhe da malha utilizada na simulação. ....	56
Figura 3.4 – Curva de permeabilidade relativa por campo aplicado do Aço 1020. ....	57
Figura 3.5 – Direção da remanência de cada ímã na simulação 2D.....	58
Figura 3.6 – Desenho do modelo 3D do motor termomagnético: (a)vista isométrica; (b)vista superior para comparação ao modelo 2D. ....	59
Figura 3.7 – Malha para os volumes do sólido e do fluido na solução das equações do MVF. ....	62
Figura 3.8 – Malha utilizada para implementação do TDMA.....	65
Figura 3.9 – Sistema de coordenadas utilizado no cálculo do fator desmagnetizante.....	68
Figura 3.10 – Fluxo de entropia em um volume elementar.....	76
Figura 3.11 – Fluxograma do funcionamento geral do solver.....	80
Figura 4.1 – Resultados da simulação bidimensional: (a) Linhas de densidade de fluxo magnético; (b) distribuição da densidade de fluxo na direção x na região do cendo do gap. ..	82
Figura 4.2 – Resultado da simulação tridimensional no plano xy.....	83
Figura 4.3 – Resultado da simulação tridimensional no plano yz. ....	83

Figura 4.4 – Perfil do campo magnético na linha central traçada no eixo z, no centro do gap. .....	84
Figura 4.5 – Ciclo da temperatura convergida do volume 1 para avaliação do EMC.....	86
Figura 4.6 – Zoom no ciclo da temperatura convergida do volume 1 para avaliação do EMC. .....	87
Figura 4.7 – Ciclo da temperatura convergida do volume 750 para avaliação do EMC.....	87
Figura 4.8 – Zoom no ciclo da temperatura convergida do volume 750 para avaliação do EMC. ....	88
Figura 4.9 – Ciclo da temperatura convergida do volume 1500 para avaliação do EMC.....	88
Figura 4.10 – Zoom no ciclo da temperatura convergida do volume 1500 para avaliação do EMC. ....	89
Figura 4.11 – Perfis da força magnética com EMC implementado (Fmag) e não implementado (Fmag-emc). ....	90
Figura 4.12 – Ampliação na região do final do aquecimento do perfil de força magnética.....	90
Figura 4.13 – Ciclo da força resultante no trocador de calor na simulação considerando o campo desmagnetizante interno.....	91
Figura 4.14 – Ciclo da força magnética no trocador de calor na simulação considerando o campo desmagnetizante interno. ....	92
Figura 4.15 – Ciclo da força resultante no trocador de calor na simulação desconsiderando o campo desmagnetizante interno.....	92
Figura 4.16 - Ciclo da força magnética no trocador de calor na simulação desconsiderando o campo desmagnetizante interno.....	93
Figura 4.17 – Perfil de temperatura para três volumes do TCM: (a) com perda por desmagnetização implementada; (b) com perda por desmagnetização não implementada. ....	94
Figura 4.18 – Linhas de entropia constante (vermelhas) e de potência constante (azuis) para o caso 1 com o diâmetro fixo igual a 1 mm.....	96
Figura 4.19 – Interpolação para outras combinações de vazão de número e canais que geram uma potência de 0,4W para o Caso 1. ....	97
Figura 4.20 – Linhas de entropia constante (vermelhas) e de potência constante (azuis) para o caso 2, com número de canais fixo igual a 20.....	99
Figura 4.21 – Interpolação para outras combinações de vazão e diâmetros que geram uma potência de 0,4W para o Caso 2. ....	100

Figura 4.22 – Linhas de entropia constante (vermelhas) e de potência constante (azuis) para o caso 3, com vazão fixa igual a 0,85 l/min. ....	102
Figura 4.23 – Interpolação para outras combinações de diâmetros e número de canais que geram uma potência de 0,4 W para o Caso 3. ....	103
Figura 4.24 – Transientes de temperatura para o sólido para o Caso 1.....	104
Figura 4.25 – Transientes de temperatura para o sólido para o Caso 2.....	105
Figura 4.26 – Transientes de temperatura para o sólido para o Caso 3.....	105
Figura 4.27 – Perfil de temperatura no MM. Na coluna à esquerda é o final do aquecimento, e na coluna à direita é o final do resfriamento. ....	106
Figura 4.28 – Transientes de magnetização média do trocador de calor para o Caso 1.....	108
Figura 4.29 – Transientes de magnetização média do trocador de calor para o Caso 2.....	108
Figura 4.30 – Transientes de magnetização média do trocador de calor para o Caso 3.....	109
Figura 4.31 – Transiente de forças. Na coluna à esquerda é a força magnética, e na coluna à direita é a força resultante.....	110
Figura A.1 – Gráfico $f \times Re$ para diferentes valores de $Re$ . ....	120
Figura A.2 – Gráfico $Nu \times Re$ para diferentes valores de $Re$ . ....	121
Figura A.3 – Gráfico $f \times L$ para o escoamento laminar. ....	122
Figura A.4 – Gráfico $Nu \times L$ para o escoamento laminar. ....	122
Figura A.5 – Gráfico $f \times L$ para o escoamento de transição. ....	123
Figura A.6 – Erro entre a equação do fator de atrito para escoamento turbulento utilizada em comparação com o EES. ....	123
Figura A.7 – Gráfico $Nu \times L$ para o escoamento de transição. ....	124
Figura A.8 – Erro entre a equação do número de Nusselt para escoamento de transição utilizada em comparação com o EES. ....	124
Figura A.9 – Gráfico $f \times L$ para o escoamento turbulento.....	125
Figura A.10 – Erro entre a equação do fator de atrito para escoamento turbulento utilizada em comparação com o EES.....	125
Figura A.11 – Gráfico $Nu \times L$ para o escoamento turbulento.....	126
Figura A.12 – Erro entre a equação do número de Nusselt para escoamento turbulento utilizada em comparação com o EES. ....	126



## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Propriedades termofísicas do Gd consideradas constantes nas simulações.....	73
Tabela 4.1 – Resultados do estudo de malha.....	85
Tabela 4.2 – Faixa de valores de vazão e número de canais para as simulações com diâmetro de canais fixo, igual a 1,0 mm.....	95
Tabela 4.3 – Parcelas da entropia gerada, massa e porosidade para o caso 1 de otimização...	97
Tabela 4.4 – Parâmetros de vazão e diâmetro utilizados no segundo caso do estudo.....	98
Tabela 4.5 – Parcelas da entropia gerada, massa e porosidade para o caso 2 de otimização.	100
Tabela 4.6 – Parâmetros de número e diâmetro dos microcanais para o terceiro caso do estudo.....	101
Tabela 4.7 – Parcelas da entropia gerada, massa e porosidade para o caso 3 de otimização.	103
Tabela 4.8 – Representação dos resultados da otimização.....	111



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
EMC	Efeito magnetocalórico
<i>gap</i>	Região de alto campo magnético por onde o material magnetocalórico se movimenta
GEMMAT	Grupo de Estudos de Materiais e Máquinas Térmicas
EES	Engineering Equation Solver
MVF	Método dos Volumes Finitos
TDMA	Tridiagonal Matrix Algorithm
WUDS	Weighted Upstream Differencing Scheme
MM	Material magnético
TCM	Trocador de calor magnético





## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras latinas

$A_m$	Coeficiente A do método TDMA
$A_{TC}$	Área de transferência de calor
$a$	Metade da largura do prisma de material magnetocalórico
$B$	Densidade de fluxo magnético
$Br$	Remanência
$B_m$	Coeficiente B do método TDMA
$b$	Metade da altura do prisma de material magnetocalórico
$c_{p,f}$	Calor específico do fluido
$c_{p,sol}$	Calor específico do sólido
$c_t$	Capacidade térmica
$C_m$	Coeficiente C do método TDMA
$c$	Metade do comprimento do prisma de material magnetocalórico
$D$	Diâmetro do canal de escoamento
$D_h$	Diâmetro hidráulico
$D_m$	Coeficiente D do método TDMA
$D_{dmag}$	Fator desmagnetizante
$F_{mag}$	Força magnética parcial
$F_R$	Força resultante
$f$	Fator de atrito
$Gz$	Número de Graetz
$H$	Campo magnético
$H_{dmag}$	Campo desmagnetizante
$H_{ap}$	Campo externo aplicado no material magnetocalórico
$H_T$	Campo resultante interno do material magnetocalórico
$h$	Coeficiente de convecção

$k_{sol}$	Condutividade térmica do sólido
$k_f$	Condutividade térmica do fluido
$L$	Comprimento total de um canal do trocador de calor magnético
$M$	Magnetização do material
$m$	Momento magnético
$\dot{m}$	Vazão mássica
$Nu$	Número de Nusselt
$Pe$	Número de Peclet
$P_m$	Coeficiente P do método TDMA
$P_{TCM}$	Força peso do trocador de calor magnético
$Pr$	Número de Prandtl
$q''_{CA}$	Condução axial de calor
$q''_f$	Fluxo de calor
$\dot{q}_{emc}$	Energia advinda do efeito magnetocalórico
$Q_m$	Coeficiente Q do método TDMA
$Re$	Número de Reynolds
$S$	Entropia total
$S_{ele}$	Entropia eletrônica
$S_{lat}$	Entropia de rede
$S_{mag}$	Entropia magnética
$\dot{S}_g$	Entropia gerada
$T$	Temperatura
$T_{Curie}$	Temperatura de Curie
$T_{sol}$	Temperatura do sólido
$T_F$	Temperatura do fluido
$T_m$	Temperatura no método TDMA
$T_p$	Temperatura no volume sendo resolvido, no instante atual

$T_P^0$	Temperatura no volume sendo resolvido, no instante anterior
$T_n$	Temperatura na fronteira norte do elemento da malha espacial
$T_N$	Temperatura no volume vizinho ao norte do elemento de malha espacial
$T_s$	Temperatura na fronteira sul do elemento da malha espacial
$T_S$	Temperatura no volume vizinho ao sul do elemento de malha espacial
$u$	Velocidade de escoamento do fluido
$V$	Volume total de material
$V_f$	Volume de um elemento da malha do fluido
$V_{sol}$	Volume de um elemento da malha do sólido
$\Delta P$	Perda de carga
$\Delta z_p$	Comprimento de um elemento da malha espacial
$\Delta t$	Passo de tempo da solução
$\Delta T_{ad}$	Diferença de calor adiabático

Letras gregas

$\mu_o$	Permeabilidade magnética do vácuo
$\mu_r$	Permeabilidade relativa
$\mu$	Permeabilidade magnética
$\sigma$	Magnetização específica
$\rho$	Densidade
$\rho_f$	Densidade do fluido
$\rho_{sol}$	Densidade do sólido
$\alpha_n^*$	Coefficiente alfa do método WUDS na fronteira norte
$\alpha_s^*$	Coefficiente alfa do método WUDS na fronteira sul
$\beta_n^*$	Coefficiente beta do método WUDS na fronteira norte
$\beta_s^*$	Coefficiente beta do método WUDS na fronteira sul
$\alpha$	Coefficiente alfa da interpolação bilinear
$\beta$	Coefficiente beta da interpolação bilinear
$\chi$	Susceptibilidade magnética

$\lambda_n$

Fator de sub-relaxamento



## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	25
1.1	Princípio de funcionamento do motor termomagnético com retorno por gravidade .	27
1.2	Objetivos.....	30
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	32
2.1	Propriedades Magnéticas.....	32
2.2	Magnetização dos Materiais.....	33
2.2.1	Materiais Paramagnéticos.....	34
2.2.2	Materiais Ferromagnéticos.....	34
2.2.3	Campo Desmagnetizante.....	37
2.2.4	O Efeito Magnetocalórico.....	39
2.3	Ímãs Permanentes.....	42
2.4	Motores Termomagnéticos.....	44
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	53
3.1	Caracterização do trocador de calor magnético.....	53
3.2	Caracterização do circuito magnético à base de ímãs permanentes de NdFeB.....	53
3.3	Dimensionamento do circuito magnético.....	55
3.3.1	Simulação bidimensional.....	56
3.3.2	Simulação tridimensional.....	58
3.4	Modelo matemático para o trocador de calor magnético.....	59
3.4.1	Modelagem matemática da transferência de calor.....	60
3.4.2	Discretização das equações.....	61
3.4.3	Implementação numérica.....	65
3.4.4	Modelagem e implementação do efeito magnetocalórico e do campo desmagnetizante interno.....	66
3.4.5	Modelagem e implementação da força magnética e do balanço de forças.....	69
3.4.6	Correlações de fechamento.....	70
3.4.7	Determinação das propriedades termofísicas e magnéticas dos materiais utilizados.....	72
3.3.5	Modelagem e implementação da Minimização de Entropia Gerada (MEG).....	74
3.3.6	Algoritmo de solução.....	78
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	81
4.1	Simulação do campo magnético.....	81

4.2	Estudo de Malha .....	84
4.3	Influência do EMC e das perdas por desmagnetização .....	86
4.3.1	Análise da implementação do EMC .....	86
4.3.2	Análise da implementação do fator de desmagnetização .....	91
4.4	Análise da Minimização da Entropia Gerada .....	94
4.2.1	Caso 1: Diâmetro dos canais fixo .....	95
4.2.2	Caso 2: Número de canais fixo.....	98
4.2.3	Caso 3: Vazão fixa.....	101
4.3	Análise dos resultados globais do modelo matemático para os casos otimizados...	104
4.4	Fechamento .....	111
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	113
5.1	Sugestões para trabalhos futuros.....	114
	REFERÊNCIAS .....	116
	APÊNDICE .....	120
	Apêndice A – Seleção das equações de fator de atrito e número de Nusselt para a transferência de calor e sua implementação numérica. ....	120



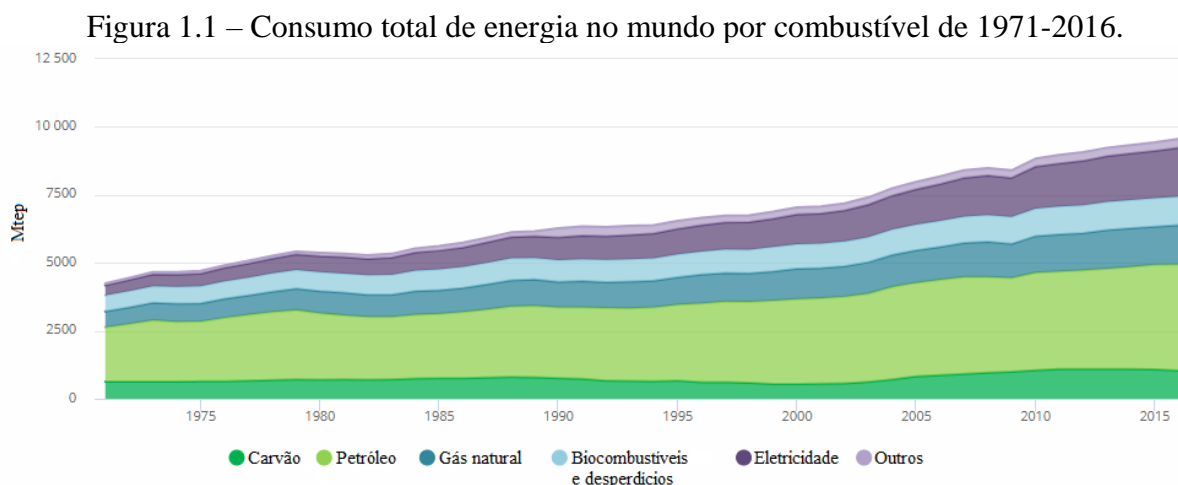


## 1 INTRODUÇÃO

No início do século XVIII, a evolução nos processos produtivos desencadeou na chamada Revolução Industrial e, naturalmente, houve um aumento na demanda por energia. O carvão antes utilizado em pouca quantidade passou a ser a principal fonte de energia para indústria e sociedade, uma vez que a energia liberada em sua queima era muito maior do que os materiais orgânicos usados até aquela época (WRIGLEY *et al.*, 2013).

Em 1857 o petróleo passou a ser explorado comercialmente (HUBBERT, 1949). Porém, foi com a invenção do motor de combustão interna, em 1886 por Daimler, para geração tanto de potência para máquinas quanto de energia elétrica, que este combustível passou a ser um recurso crucial, ultrapassando o carvão como principal suprimento para produção de energia mundial na década de 1960 (BITHAS e KALIMERIS, 2016; HUBBERT, 1949; ZOU *et al.*, 2016). Durante essa época, o gás natural também passou a ser explorado.

Outro fator que contribui para o aumento na demanda por energia é o crescimento populacional. A população mundial passou de 1,65 bilhões em 1900 para 7,4 bilhões em 2015 (ROSER e OSPINA, 2017), acarretando um aumento considerável no consumo de energia, especialmente a partir do ano de 1971, como pode ser observado na Figura 1.1. A unidade de medida do consumo é o Mtep, milhões de toneladas equivalente de petróleo. É possível observar na mesma figura que do total de energia consumida no mundo no ano de 2016, aproximadamente 67% é composta por combustíveis fósseis. Contudo, a exploração e queima deste tipo de combustível desencadeia diversos problemas, desde a poluição do ar atmosférico até mudanças climáticas no planeta (CLARK e YUSOFF, 2014).



Fonte: Adaptado de (INTERNATIONAL ENERGY AGENCY, 2018).

A poluição gerada pela queima incompleta de combustíveis fósseis, a qual libera dióxido de enxofre (SO<sub>2</sub>), óxidos de nitrogênio (NO e NO<sub>2</sub>), monóxido de carbono (CO), dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), hidrocarbonetos, ozônio e outros oxidantes fotoquímicos na atmosfera (EDWARD, 1998), passou a afetar a qualidade do ar e, conseqüentemente, a saúde dos seres vivos e ecossistemas, principalmente aqueles mais próximos aos centros industriais. Além disso, a liberação excessiva de CO<sub>2</sub> tem contribuído fortemente para o agravamento do efeito estufa – este responsável por manter a temperatura terrestre, que junto a outros fatores permite a existência de vida na Terra –, contribuindo ativamente para o aumento da temperatura do planeta. Além destes problemas, há outros que são criados indiretamente pela queima destes combustíveis em processos produtivos, como a poluição de rios e lagos pelo descarte irregular de compostos químicos poluentes.

Baseando-se neste cenário, e somando o fato de que os combustíveis fósseis não são renováveis, a sociedade viu a necessidade de buscar fontes de energia que possam ser utilizadas de forma extensiva, sem preocupar-se com a liberação de CO<sub>2</sub> na atmosfera ou com o seu esgotamento. Assim, o uso da energia proveniente do sol, dos ventos, de rios, oceanos e marés, bem como de biocombustíveis, ou seja, fontes inesgotáveis, e a sua conversão em energia elétrica passou a ser proposta, e já vem sendo amplamente utilizada.

Uma outra forma de converter energia térmica em energia mecânica ou elétrica se dá por meios de motores ou geradores termomagnéticos. Estes tornam-se ainda mais interessantes ao serem associados a fontes de energia térmica renováveis ou a sistemas de cogeração e reaproveitamento de energia. Atualmente há um crescente interesse nestes dispositivos, principalmente devido à descoberta de materiais magnéticos e ímãs permanentes com melhores propriedades, as quais podem garantir o desenvolvimento de motores ou geradores termomagnéticos com maior eficiência energética.

Contudo, a pesquisa e desenvolvimento de tais sistemas de conversão de energia ainda é pouco explorada, tanto em termos conceituais como em aplicações práticas. Logo, a realização de pesquisas de base para o entendimento dos fenômenos físicos, bem como para o dimensionamento otimizado de motores termomagnéticos é um tema relevante e atual na engenharia.

## 1.1 Princípio de funcionamento do motor termomagnético com retorno por gravidade

O motor termomagnético proposto neste trabalho é apresentado esquematicamente na Figura Figura 1.2 e seu funcionamento segue o ciclo de Ericsson, apresentado na Figura Figura 1.3 (CHRISTIAANSE e BRÜCK, 2014). O ciclo pode ser analisado de duas maneiras: considerando o diagrama magnetização ( $M$ ) versus o campo magnético ( $B$ ), ou considerando o diagrama temperatura ( $T$ ) versus a entropia total ( $S$ ) do material magnético (MM). Em ambas as análises, a área interna ao diagrama é o trabalho líquido ( $W$ ) gerado no ciclo. Na Figura Figura 1.3,  $B_1$  e  $B_2$  denotam as regiões de campo magnético baixo e alto, respectivamente,  $T_{FM}$  a temperatura em que o material se encontra na fase ferromagnética (abaixo da temperatura de transição ou temperatura de Curie  $T_{Curie}$ ) e  $T_{PM}$  a temperatura na qual o material se encontra na fase paramagnética (fase não-magnética) (acima da  $T_{Curie}$ ).

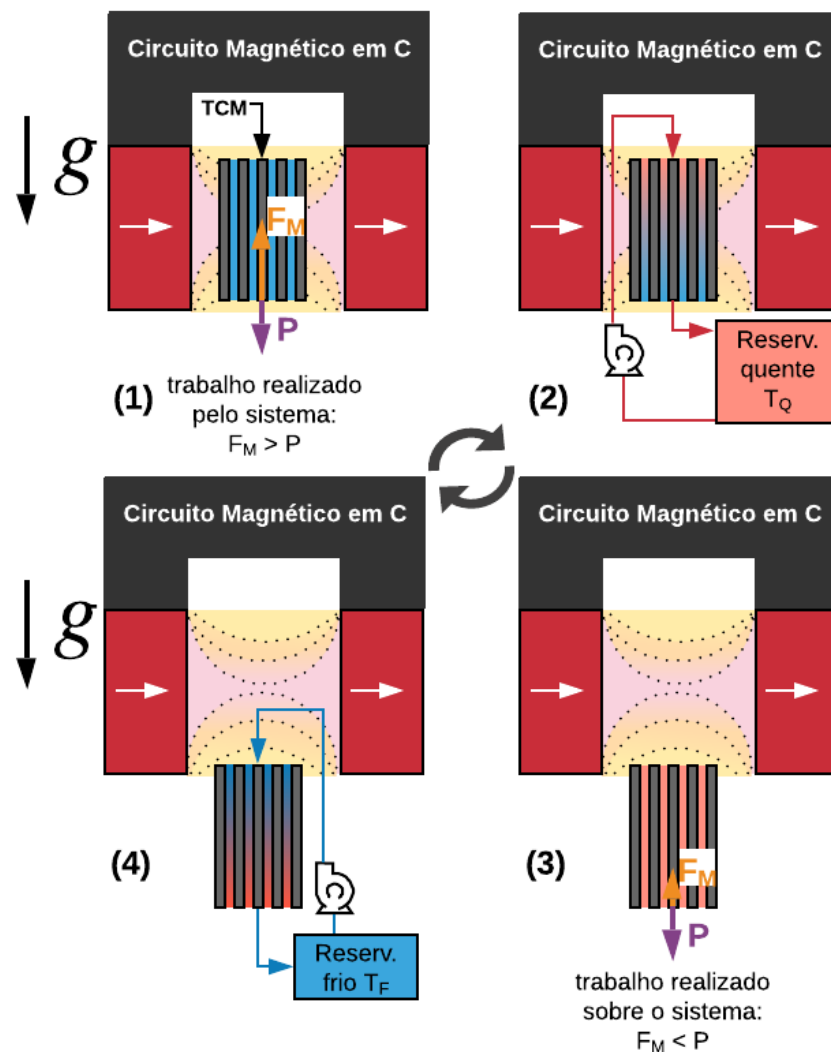
O ciclo de Ericsson possui os seguintes processos fundamentais:

- Processo de aquecimento a campo magnético constante ( $a - b$ ): partindo do ponto “ $a$ ” (condição 1 na Figura Figura 1.2), onde o MM é ferromagnético ( $T_{FM} < T_{Curie}$ ) e está alocado na região de campo magnético elevado ( $B_2$ ), aquece-se o MM até atingir uma temperatura  $T_{PM}$  maior que  $T_{Curie}$  mantendo  $B_2$  constante (condição 2 na Figura Figura 1.2). Assim, altera-se o seu ornamento magnético, neste caso, de ferro para paramagnético, diminuindo a sua magnetização e aumentando a sua entropia.
- Processo de desmagnetização isotérmica ( $b - c$ ): ao perder suas propriedades magnéticas, o MM pode ser facilmente removido da ação do campo magnético por meio do campo gravitacional. Pelo balanço de forças, a força peso torna-se maior que a magnética, movendo o MM de forma descendente, chegando à condição 3 na Figura Figura 1.2. Neste processo, trabalho é realizado sobre o sistema. Assim, varia-se isotermicamente o campo aplicado de  $B_2$  para  $B_1$ , resultando na redução da magnetização e no aumento da entropia do MM. A variação da entropia através do processo de desmagnetização isotérmica também é conhecida como Efeito Magnetocalórico (EMC) (PECHARSKY *et al.*, 2001; PECHARSKY e GSCHNEIDNER, 1999).
- Processo de resfriamento a campo magnético constante ( $c - d$ ): localizado na região  $B_1$  constante (onde exista um campo magnético residual,  $B_1 > 0$ ), o MM é resfriado até atingir a condição de  $T_{FM} < T_{Curie}$  (condição 4 na Figura Figura 1.2). Como resultado

do realinhamento gradativo dos momentos magnéticos dos átomos do MM na direção de  $B_1$ , ocorre um aumentando na sua magnetização e uma diminuição da sua entropia.

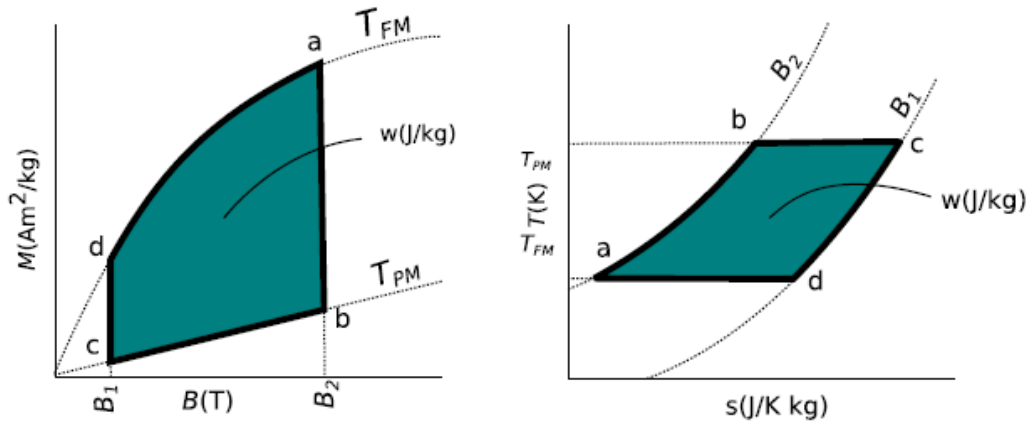
- Processo de magnetização isotérmica ( $d - a$ ): ao recuperar o ferromagnetismo, a força magnética passa a ser maior que a peso, e o MM é atraído de volta para a região de  $B_2$ , produzindo trabalho e movimento. Assim, varia-se isotermicamente o campo aplicado de  $B_1$  para  $B_2$ , retornando à condição “a” (e 1 na Figura Figura 1.2), onde o MM alcança a maior magnetização e o menor valor de entropia. Novamente, verifica-se o EMC devido à variação isotérmica da entropia.

Figura 1.2 – Esquema de funcionamento do motor termomagnético com retorno por gravidade.



Fonte: o autor.

Figura 1.3 – Ciclo idealizado de Ericson para um gerador termomagnético.

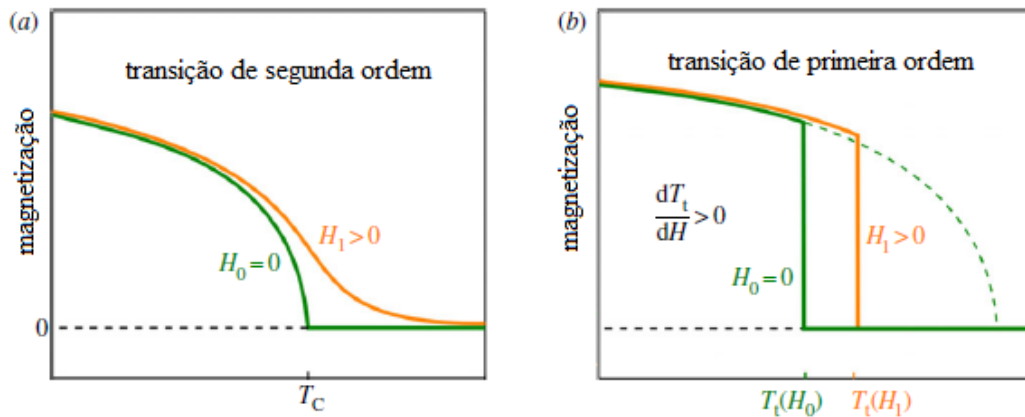


Fonte: adaptado de (CHRISTIAANSE e BRÜCK, 2014).

Logo, observa-se que o princípio de funcionamento de um motor termomagnético baseia-se na variação da magnetização do MM ao se promover a transição entre uma fase ferromagnética e outra não-magnética (paramagnética, por exemplo). O valor de magnetização é proporcional a força magnética produzida. Assim, quanto maior for a magnetização específica do MM, maior força e trabalho um motor pode produzir.

No que concerne à transição de fases ao redor da  $T_{Curie}$ , esta pode ser de primeira ou segunda ordem. A transição de segunda ordem é contínua e ocorre em uma ampla faixa de temperatura, conforme a Figura 1.4(a). Neste tipo de transição, o comportamento da magnetização em relação à temperatura pode mudar dependendo se há ou não um campo magnético externo aplicado. Já a transição de primeira ordem é abrupta, descontínua, e ocorre em uma pequena faixa de temperatura, como ilustra a Figura 1.4(b). Esta não ocorre necessariamente na  $T_{Curie}$ , e também pode ser deslocada caso haja campo externo sendo aplicado. Além disso, a transição de primeira ordem pode estar atrelada a histereses térmicas e magnéticas (GUTFLEISCH *et al.*, 2016; SMITH *et al.*, 2012).

Figura 1.4 – Gráfico  $M \times T$  para a transição magnética: (a) segunda ordem; (b) primeira ordem.



Fonte: adaptado de (GUTFLEISCH *et al.*, 2016).

## 1.2 Objetivos

No presente contexto, este trabalho tem por objetivo principal a modelagem matemática e análise numérica para o estudo e dimensionamento otimizado de trocadores de calor com canais circulares para aplicações em motores termomagnéticos do tipo Tesla com retorno por gravidade. Neste tipo de motor, o trocador de calor composto por um MM - com transição de fases magnéticas ao redor da temperatura ambiente - é a parte móvel do dispositivo, produzindo movimento linear alternativo ao interagir com um campo magnético externo. O uso da gravidade faz-se necessário para fechar o ciclo, em que a força peso é utilizada para contrabalançar a força magnética. Assim, parâmetros relacionados à eficiência termodinâmica do motor, como a força líquida produzida (magnética menos peso) e o tempo de ciclo, estão diretamente ligados a geometria e condições de operação do trocador de calor. Portanto, o estudo e otimização deste componente é de fundamental importância para o dimensionamento de um protótipo de motor termomagnético com retorno por gravidade.

Além do trocador de calor, o motor possui uma fonte de campo magnético externo. Logo, para o desenvolvimento deste trabalho também dá-se destaque ao projeto do circuito magnético à base de ímãs permanentes, o qual irá fornecer informações quanto a intensidade e distribuição espacial do campo magnético gerado, bem como as dimensões máximas do trocador de calor a ser projetado.

Para alcançar os objetivos deste trabalho, destacam-se as seguintes etapas de desenvolvimento:

- Dimensionar de um circuito magnético, do tipo C, à base de ímãs permanentes por meio de simulações no COMSOL *Multiphysics*.
- Desenvolver um modelo matemático 1D e transiente para simular os fenômenos termomagnéticos que ocorrem no trocador de calor magnético.
- Implementar o modelo matemático utilizando o método dos volumes finitos.
- Propor uma metodologia de otimização dos parâmetros geométricos e operacionais do trocador de calor magnético por meio do método da minimização da entropia gerada proposto por Bejan (1996).
- Realizar simulações e empregar a metodologia proposta para encontrar condições de projeto otimizadas para o futuro projeto e construção de um motor termomagnético com retorno por gravidade.



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O magnetismo é um fenômeno há muito conhecido, o qual pode ser visto como a influência de um corpo em outro (*e.g.* forças, variação de temperatura). Essa influência acontece por conta do campo magnético gerado por alguns materiais ou por meio do movimento de cargas elétricas ou íons. Nesta seção são apresentados alguns conceitos básicos sobre o magnetismo e trabalhos realizados sobre geradores termomagnéticos.

### 2.1 Propriedades Magnéticas

Um material, quando submetido a um campo magnético externo, acaba por sofrer uma indução magnética ( $B$ ) devido à essa influência, que depende da intensidade do campo aplicado e da magnetização do material. Essa propriedade pode ser avaliada através da Equação 2.1.

$$B = \mu_0(H + M) \quad (2.1)$$

Nesta,  $B$  (T) é a indução magnética,  $H$  (A/m) é o campo magnético aplicado,  $M$  (A/m) é a magnetização do meio e  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo, com valor de  $4\pi 10^{-7}$  Wb/(A.m).

A magnetização do meio ( $M$ ) é definida como o momento magnético por unidade de volume, dada pela Equação 2.2.

$$M = \frac{m}{V} \quad (2.2)$$

onde  $m$  (A.m<sup>2</sup>) é o momento magnético, o qual é descrito pelo alinhamento de dipolo magnético exercido no material quando exposto à um campo perpendicular de 1 Oe ( $1 \text{ Oe} \equiv \frac{10^3}{4\pi} \text{ A/m}$ ), e  $V$  (m<sup>3</sup>) é o volume de material. A magnetização  $M$  tem unidades de A/m.

Como a massa de um material é uma característica mais precisa de se aferir, já que não se altera independente das condições de temperatura, que podem acarretar em uma alteração volumétrica, é interessante expressar a magnetização por unidade de massa, como apresentado na Equação 2.3.

$$\sigma = \frac{M}{\rho} \quad (2.3)$$

onde  $\sigma$  (A.m<sup>2</sup>/kg) é magnetização por unidade de massa e  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>) é da densidade do material.

Em relação às duas características descritas acima, não somente sua intensidade é importante, mas também qual é a sua variação com relação ao campo aplicado. Com isso, surgem duas novas propriedades para se classificar os materiais: a susceptibilidade e a permeabilidade magnética, dadas pelas Equações 2.4 e 2.5, respectivamente.

$$\chi = \frac{M}{H} \quad (2.4)$$

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (2.5)$$

Como pode ser visto na Equação 2.4, a susceptibilidade magnética de um material trata da variação da magnetização deste com o campo ao qual ele é submetido. Quanto mais susceptível o material, mais fácil é sua magnetização.

Já a permeabilidade (Equação 2.5), trata de quanto a indução magnética no material varia com o campo aplicado sobre ele. Um material ter uma permeabilidade alta quer dizer que este concentra uma maior quantidade de linhas de fluxo magnético no seu interior.

Substituindo as Equações 2.4 e 2.5 em 2.1, chega-se na relação envolvendo susceptibilidade e permeabilidade magnética, dada pela Equação 2.6.

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi \quad (2.6)$$

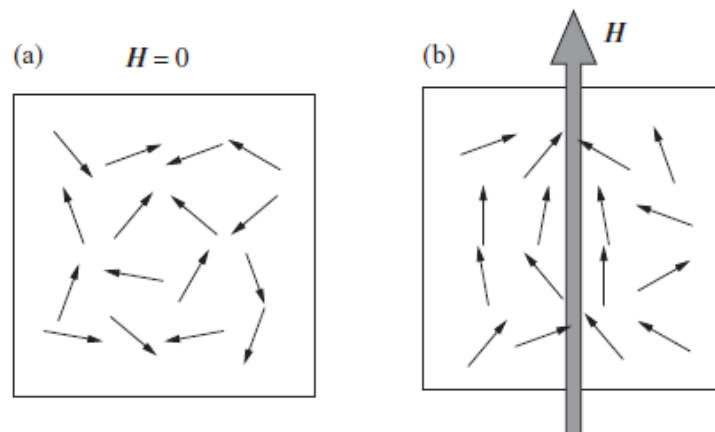
## 2.2 Magnetização dos Materiais

O magnetismo nos materiais está ligado intrinsecamente ao comportamento dos momentos de dipolo magnético dos seus átomos e a interação entre eles. De acordo com seu comportamento, estes materiais podem ser classificados como: diamagnéticos, paramagnéticos, ferromagnéticos, antiferromagnéticos e ferrimagnéticos. No âmbito deste trabalho, estão presentes as características do paramagnetismo e do ferromagnetismo.

### 2.2.1 Materiais Paramagnéticos

Materiais que são classificados como paramagnéticos apresentam átomos com momentos magnéticos não nulos, porém, estes são alinhados aleatoriamente entre si por conta da agitação térmica de cada um deles, fazendo com que não haja campo magnético externo. Quando submetido à um campo magnético de uma outra fonte, uma parcela desses momentos de dipolo magnético se orienta em direção ao campo aplicado (Figura 2.1), fazendo surgir um campo magnético externo no material, porém de fraca intensidade (SPALDIN, 2010; FARIA e LIMA, 2005). Este campo magnético externo desaparece quando a influência é cessada sobre o material. Os materiais paramagnéticos possuem uma permeabilidade relativa positiva, porém pequena, com valores de  $10^{-5}$  a  $10^{-2}$  (CALLISTER JR. e RETHWISCH, 2010).

Figura 2.1 – Desenho esquemático do alinhamento dos momentos magnéticos em um material paramagnético: (a) arranjo desordenado na ausência de campo magnético; (b) resposta quando um campo de intensidade moderada é aplicado.



Fonte: (SPALDIN, 2010).

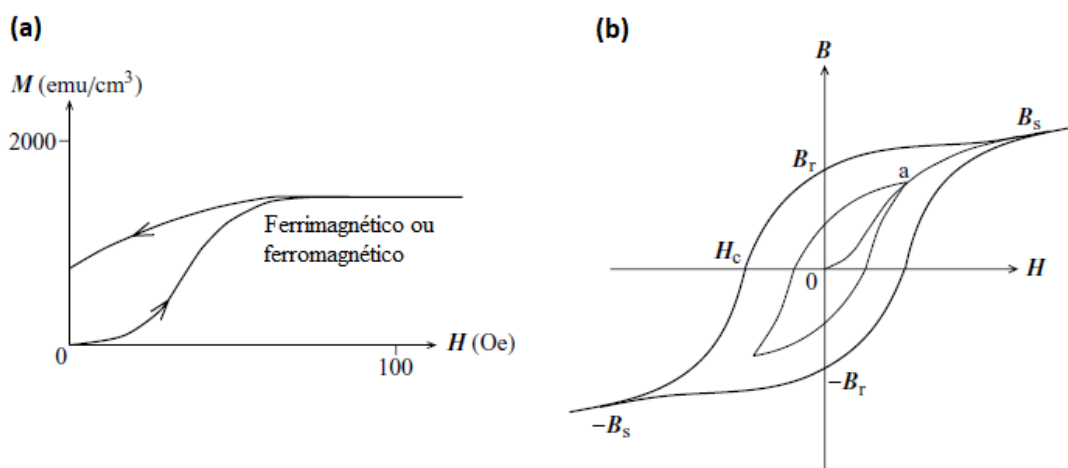
### 2.2.2 Materiais Ferromagnéticos

Os átomos dos materiais ferromagnéticos também apresentam momentos magnéticos não nulos, mas se organizam de forma diferente do que nos materiais paramagnéticos. No primeiro, existem várias regiões que se formam nas quais os momentos magnéticos dos átomos se alinham espontaneamente, sendo essas chamadas de domínios magnéticos. O material pode não apresentar um campo externo devido ao arranjo aleatório desses domínios no material, parecido com o que acontece nos materiais paramagnéticos. Materiais que

apresentam esta característica “se encontram entre os metais de transição, cobalto, níquel, e alguns metais de terras raras, como o gadolínio” (CALLISTER JR. e RETHWISCH, 2010).

Contudo, quando submetido à um campo magnético de uma fonte externa, esses domínios magnéticos, que apresentam uma forte interação interna, se alinham mais facilmente na direção deste campo, uma vez que neste tipo de material a interação magnética se sobressai em relação à agitação térmica dos átomos (SPALDIN, 2010). Mesmo após a retirada dessa fonte de campo externo, estes materiais conseguem manter uma magnetização e com isso gerar seu próprio campo magnético. Esse fenômeno é chamado de histerese magnética, e é por conta deste que alguns materiais ferro/ferrimagnéticos podem ser utilizados como ímãs permanentes. Este pode ser visto na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Gráficos esquemáticos de materiais ferro/ferrimagnéticos: (a) magnetização; (b) curva de histerese.



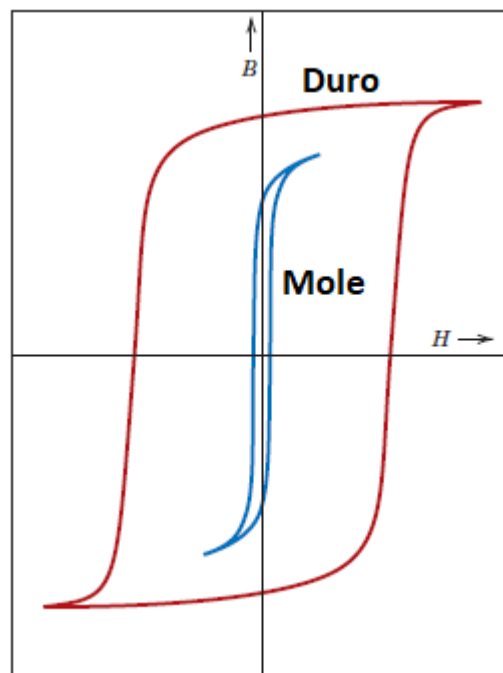
Fonte: (SPALDIN, 2010).

Na Figura 2.2(a) é mostrado como a magnetização no material se mantém após ter sido exposto à um campo magnético externo. Ele se encontra em unidades de oersted ( $1 Oe \equiv \frac{10^3 A}{4\pi m}$ ) para o campo e  $emu/cm^3$  ( $1 \frac{emu}{cm^3} \equiv 10^3 \frac{A}{m}$ ) para a magnetização. Já na Figura 2.2(b), é possível ver a curva de histerese apresentada por um material ferromagnético. Partindo da origem (Ponto O), o material não apresenta magnetização e não há campo sendo aplicado sobre ele. Conforme um campo  $H$  vai sendo aplicado, aumentando gradativamente, a indução magnética no material também aumenta, até um valor de saturação  $B_s$ , a partir do qual o aumento no campo aplicado resulta em pouca variação na indução. Quando o campo aplicado é reduzido à zero, o material permanece com uma indução magnética residual  $B_r$ , sendo esta

chamada de remanência do material. Para reduzir este valor residual para zero, é necessário colocar o material sob a influência de um campo magnético no sentido contrário, com valor  $H_c$ , sendo esta chamada de coercividade do material. Aumentando mais esse campo aplicado, chega-se na saturação  $-B_s$ . O ciclo pode ser reiniciado trocando novamente a direção do campo aplicado. Outro ponto que é possível de observar na Figura 2.2(b) é que o material não necessariamente precisa ser induzido até a saturação. O ciclo de histerese pode ser trabalhado em um intervalo menor, por exemplo, induzindo magneticamente o material até o ponto a, e depois fazer o ciclo conforme já explicado anteriormente.

O grau de coercividade dos materiais ferromagnéticos os dividem em duas classes: os materiais magnéticos duros e moles. Os materiais magnéticos duros precisam de um alto campo coercitivo para serem desmagnetizados. Já para os materiais magnéticos moles, esse campo coercitivo tem uma menor intensidade. Isso pode ser visto na Figura 2.3.

Figura 2.3 – Diferenças nas curvas de histerese para materiais magnéticos moles e duros.

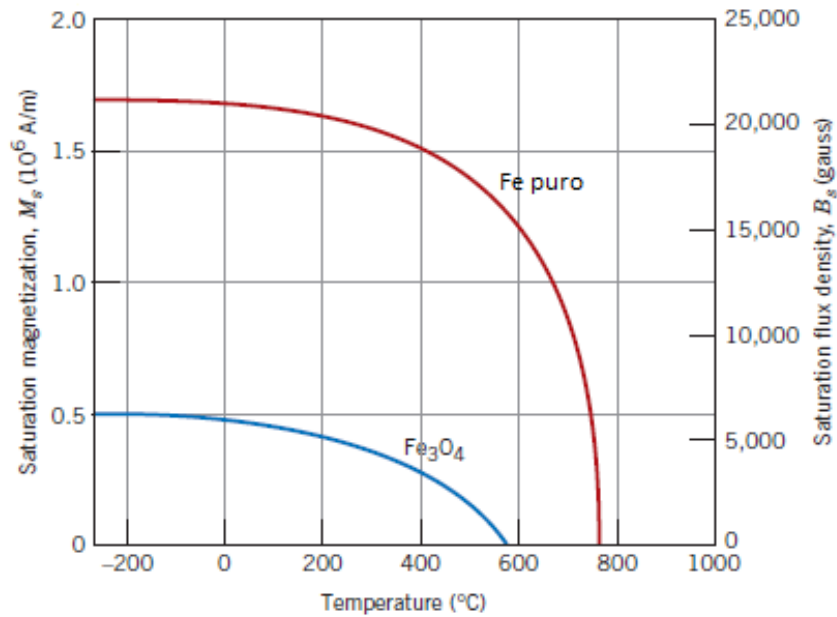


Fonte: adaptado de (CALLISTER JR. e RETHWISCH, 2010).

A temperatura também desempenha um papel importante no grau de indução magnética (ou magnetização) em um material ferromagnético, como pode ser visto na Figura 2.4. O ponto de maior magnetização do material é quando ele se encontra a 0K, situação na qual os átomos e moléculas não apresentam vibração térmica. Com o aumento da temperatura, há um valor na qual essa vibração térmica vence as interações magnéticas nesses materiais, fazendo

com que sai magnetização caia próximo a zero, ponto no qual estes passam a se comportar como materiais paramagnéticos. Essa temperatura é chamada de Temperatura de Curie ( $T_{Curie}$ ) e será explicada na seção 2.2.4.

Figura 2.4 – Gráfico da magnetização de saturação em função da temperatura para o Fe e o  $Fe_3O_4$ .

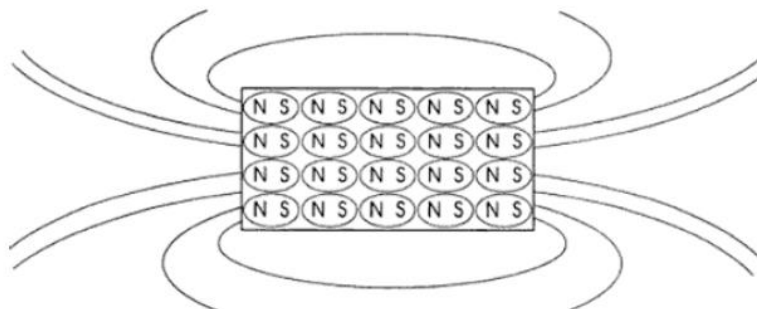


Fonte: adaptado de (CALLISTER JR. e RETHWISCH, 2010).

### 2.2.3 Campo Desmagnetizante

Quando um material magnético sofre uma magnetização, seus dipolos magnéticos se alinham na direção do campo que foi aplicado para magnetizá-lo. Por formalismo, é considerado que o campo entra pelo polo Norte e sai pelo polo Sul. Porém, uma carga de magnetismo livre se forma envolvendo os dipolos da superfície do material. Por conta disso, gera-se o campo magnético externo a este material (FARIA e LIMA, 2005), como pode ser visto na Figura 2.5.

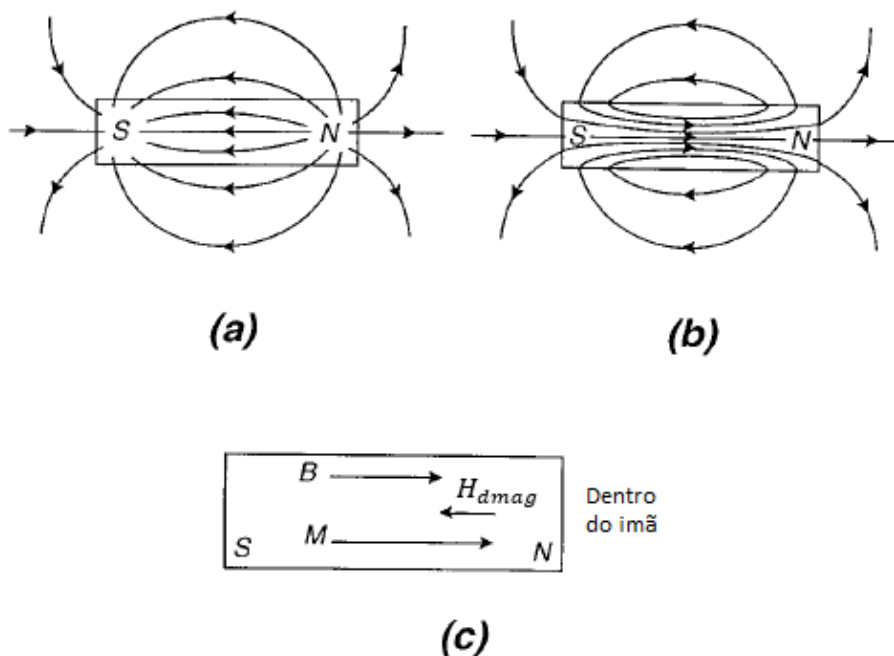
Figura 2.5 – Imãs atômicos em um corpo magnetizado.



Fonte: adaptado de (FARIA e LIMA, 2005).

Contudo, dentro do material forma-se um campo de direção contrária ao campo externo gerado por ele, sendo este chamado de campo desmagnetizante ( $H_{d\text{mag}}$ ), que depende da geometria do material e do seu nível de magnetização. Este é representado na Figura 2.6. Fora do material,  $H$  e  $B$  do material têm a mesma direção, porém dentro do material,  $H$  tem direção oposta à de  $B$  e de  $M$  do material.

Figura 2.6 – Distribuição de campo em uma barra magnética: (a) campo  $H$ ; (b) densidade de fluxo  $B$ ; (c)  $H$ ,  $B$  e  $M$  dentro do material.



Fonte: adaptado de (FURLANI, 2001).

A sua intensidade pode ser calculada por meio da Equação 2.7.

$$H_{dmag} = -D_{dmag}M \quad (2.7)$$

onde  $D_{dmag}$  é o fator de desmagnetização, que depende da geometria do material.

#### 2.2.4 O Efeito Magnetocalórico

O efeito magnetocalórico (EMC) é um fenômeno que ocorre em materiais magnéticos quando submetidos a uma variação no campo magnético externo. O EMC foi primeiramente verificado por Weiss e Pickard em 1917 (WEISS e PICCARD, 1917; SMITH, 2013). A forma na qual o efeito é percebido é pela resposta térmica (aquecimento ou resfriamento) que o material apresenta quando exposto a essa situação.

Quando submetido à essa diferença de campo magnético, por exemplo de  $H_1$  para  $H_2$  ( $H_1 > H_2$ ), uma parte da entropia total do material, relacionada à magnetização do material, se altera devido ao alinhamento dos momentos magnéticos dos átomos na direção desse campo. Sabe-se que entropia total ( $S$ ) de um material magnético é composta basicamente pela soma de três parcelas de entropias parciais: eletrônica ( $S_{ele}$ ), de rede ( $S_{lat}$ ) e magnética ( $S_{mag}$ ). Todas estas são dependentes da temperatura e, no caso da  $S_{mag}$ , esta também depende do campo magnético externo, como mostrado pela Equação 2.8 (PECHARSKY e colab., 2001).

$$S = S_{ele}(T) + S_{lat}(T) + S_{mag}(H, T) \quad (2.8)$$

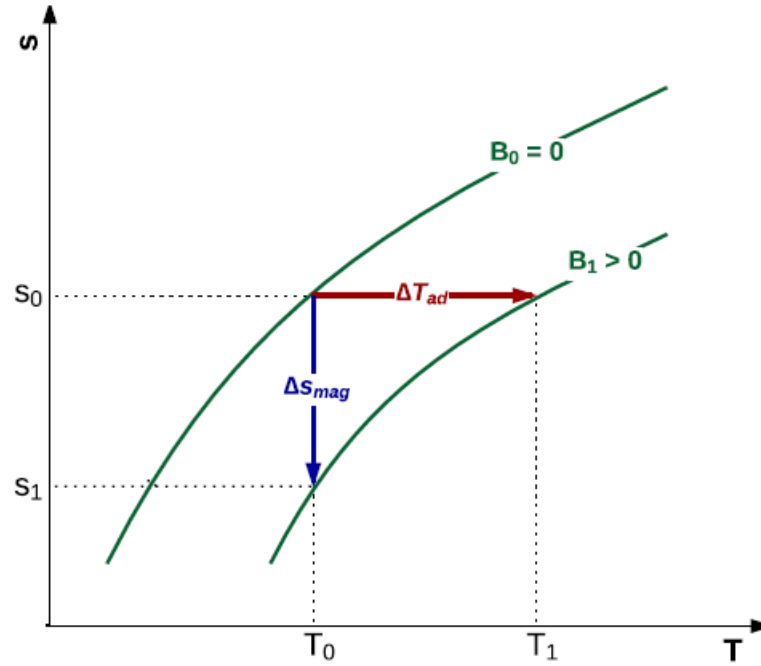
A entropia magnética também pode ser relacionada à densidade de fluxo magnético  $B$  através da relação apresentada na Equação 2.9.

$$B = \mu_0 H \quad (2.9)$$

Quando o sólido de material magnetocalórico é submetido a uma variação de densidade de fluxo magnético à temperatura constante, a variação de entropia total do material ocorre somente no termo relacionado à magnetização, já que este é dependente do campo aplicado. Mas, quando o material é submetido a variação de densidade de fluxo adiabaticamente, a entropia total deste se mantém constante ( $\Delta S = \Delta[S_{ele} + S_{lat} + S_{mag}] = 0$ ), ocorrendo uma variação em sua temperatura, como pode ser visto na Figura 2.7.



Figura 2.7 – Ilustração dos processos de magnetização isotérmico e adiabático em um diagrama T-s.



Fonte: (TREVIZOLI, P. V., 2015).

Em linguagem matemática, os processos acima citados podem ser descritos conforme as Equações 2.10 e 2.11.

$$\Delta S_{mag}(T)_{\Delta B, T} = [S_1(T)_{B_1} - S_0(T)_{B_0}]_T \quad (2.10)$$

$$-\Delta S_{mag}(T)_{B, \Delta T} = [\Delta S_{ele}(T) + \Delta S_{lat}(T)]_{\Delta T} \quad (2.11)$$

Através de uma das relações de Maxwell, é possível determinar o termo  $\Delta S_{mag}$  com base em sua magnetização. Essa relação é apresentada na Equação 2.12 (PECHARSKY e GSCHNEIDNER, 1997).

$$\left(\frac{\partial S_{mag}}{\partial B}\right)_T = \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B \quad (2.12)$$

Integrando a Equação 2.12, chega-se na Equação 2.13.

$$\Delta S_{mag}(T)_{\Delta B} = \int_{B_0}^{B_1} \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B dB \quad (2.13)$$

Da segunda lei da termodinâmica, tem-se a Equação 2.14, na qual a entropia está relacionada com a capacidade térmica ( $c_t$ ).

$$dS(T)_H = \frac{c_t(T)_H}{T} dT \quad (2.14)$$

Sendo a entropia uma função da densidade de fluxo magnético e da temperatura ( $S = S(T, B)$ ), a sua variação infinitesimal pode ser escrita na forma da Equação 2.15.

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_T dB + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_B dT \quad (2.15)$$

Substituindo as Equações 2.12 e 2.14 em 2.15, chega-se na Equação 2.16.

$$dT = -\frac{T}{c_t(T)_B} \frac{\partial M}{\partial T} dB \quad (2.16)$$

Que integrando chega-se à quantificação da diferença de temperatura adiabática ( $\Delta T_{ad}$ ) do sistema, dada pela Equação 2.17.

$$\Delta T_{ad}(T)_{T,\Delta B} = -\int_{B_0}^{B_1} \left(\frac{T}{c_t(T)_B}\right) \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right) dB \quad (2.17)$$

O termo  $\Delta T_{ad}$  (ver Figura 2.7), para um valor fixado de  $\Delta B$ , é também definido por meio da Equação 2.18.

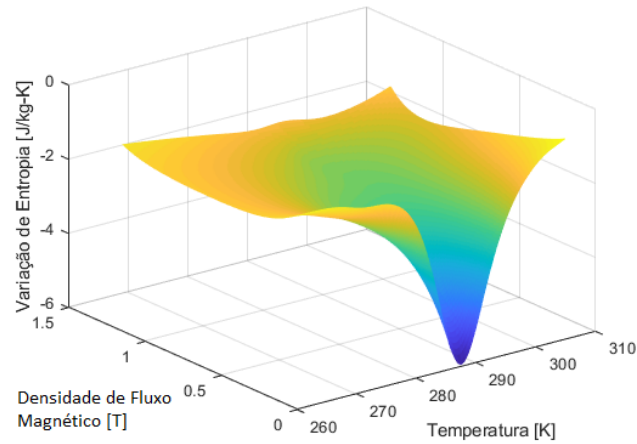
$$\Delta T_{ad}(T)_{T,\Delta B} = [T(S)_{B_1} - T(S)_{B_0}]_S \quad (2.18)$$

Assim, integrando a Equação 2.17, chega-se à Equação 2.19.

$$\Delta T_{ad}(T)_{T,\Delta B} = -\int_{B_0}^{B_1} \left(\frac{T}{c_t(T)_B}\right) \left(\frac{\partial M(T)_{T,\Delta B}}{\partial T}\right) dB \quad (2.19)$$

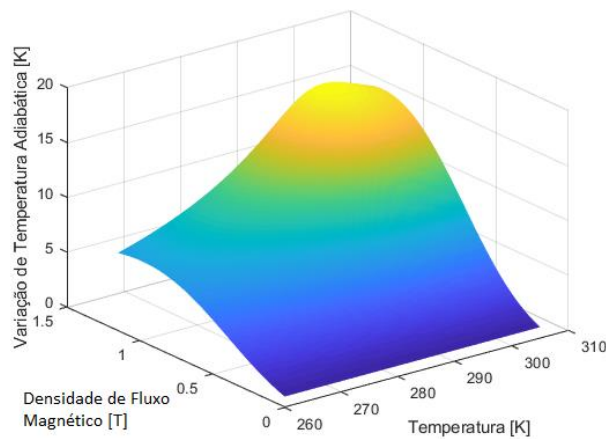
Como já citado, o EMC pode ser medido por meio da variação de entropia magnética do material ou da variação de temperatura adiabática, que dependem do calor específico do material e sua magnetização que, por sua vez, dependem da temperatura e da densidade de fluxo aplicado sobre o material. Dessa forma, existe um valor de pico no qual o termo  $\frac{\partial M(T)_{T,\Delta B}}{\partial T}$  é máximo, ponto no qual ocorre a transição de fase magnética do material. Este ponto é chamado de temperatura de Curie ( $T_{Curie}$ ) (NIELSEN e colab., 2011; PECHARSKY e GSCHNEIDNER, 1999). Para exemplificar a dependência do EMC com a densidade de fluxo magnético aplicado e com a temperatura, a Figura 2.8 e Figura 2.9 mostram as superfícies de entropia e variação de temperatura adiabática para o Gd.

Figura 2.8 – Superfície  $T \times B \times \Delta S$  para o gadolínio.



Fonte: adaptado de (LOZANO *et al.*, 2014).

Figura 2.9 – Superfície  $T \times B \times \Delta T_{ad}$  para o gadolínio.



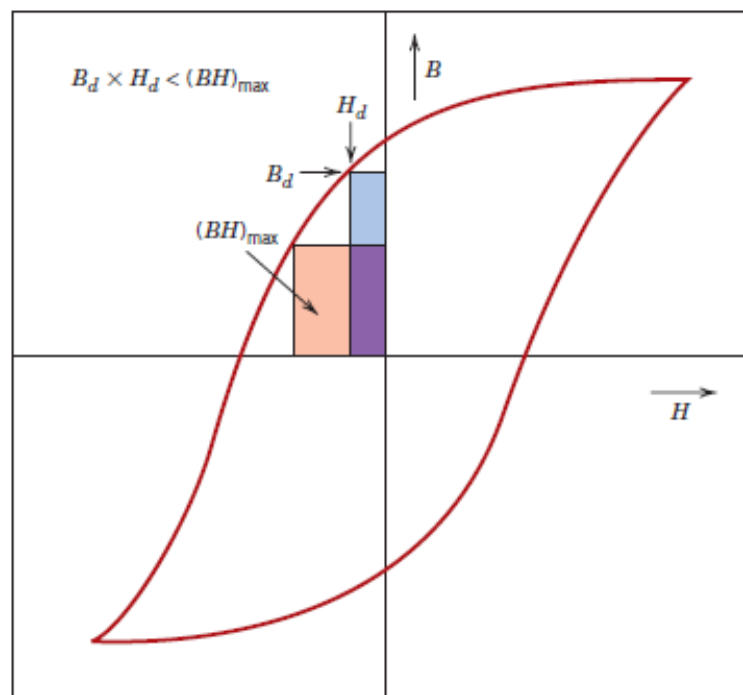
Fonte: adaptado de (LOZANO *et al.*, 2014; SIDDIKOV *et al.*, 2005).

### 2.3 Imãs Permanentes

Para aplicação como imãs permanentes, usa-se os materiais magnéticos duros, por sua característica de serem mais resistentes ao processo de desmagnetização, se comparados aos materiais magnéticos moles. Observando o ciclo de histerese (Figura 2.10) desses materiais, eles possuem alta coercividade, alta remanência, o que resulta em altas perdas de energia no ciclo. Esta última resulta em uma das características de importante relevância na aplicação destes materiais: o produto de energia, mais conhecido como fator  $BH$ . Localizado no segundo quadrante do ciclo de histerese, este fator indica quanta energia é necessária para se

desmagnetizar o material. Este valor é obtido por meio do cálculo da área do maior retângulo que pode ser construído embaixo da curva do ciclo, no qual uma aresta é o valor da indução magnética, e a outra é o valor do campo desmagnetizante, sendo tomado como referência o valor máximo  $BH_{max}$  (FARIA e LIMA, 2005). Este fator tem unidades  $\text{kJ/m}^3$ . como pode ser visto na Figura 2.10, no segundo quadrante, encontram-se dois retângulos de produto  $BH$ . A área do retângulo  $BH_{max}$  é a maior área possível naquela região e, portanto, é maior do que a área do retângulo  $B_dH_d$  disposto na mesma região.

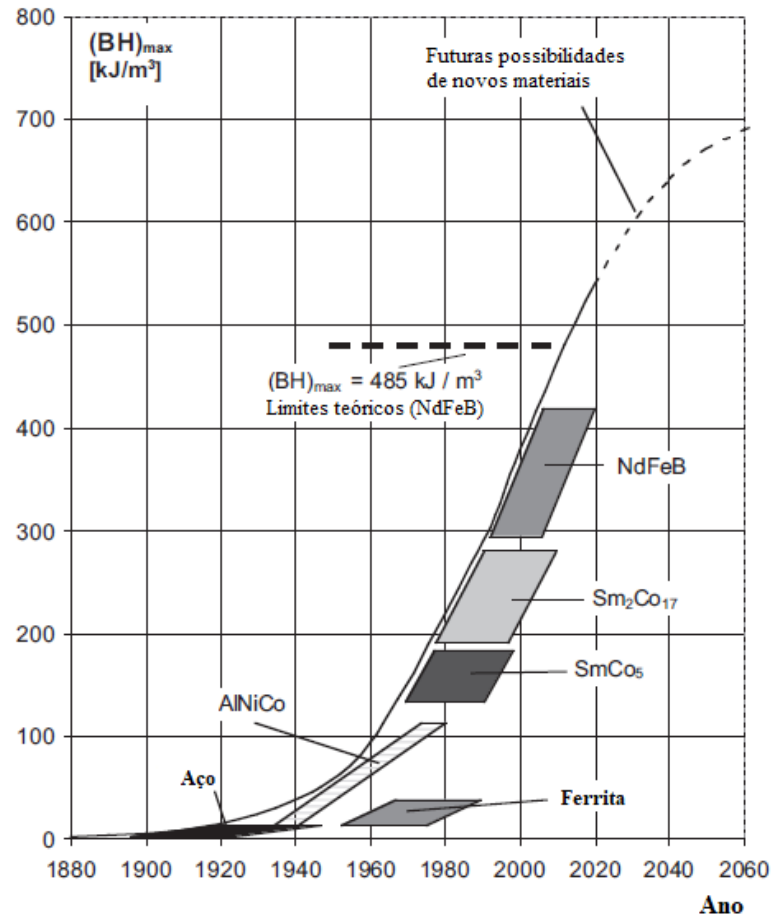
Figura 2.10 – Curva esquemática de magnetização mostrando o ciclo de histerese.



Fonte: adaptado de (CALLISTER JR. e RETHWISCH, 2010).

A Figura 2.11 mostra o desenvolvimento de materiais utilizados na aplicação como ímãs permanentes, com relação aos valores de  $BH_{max}$ . No início do século XX, os ímãs permanentes possuíam baixo rendimento, o que pode ser visto por conta dos seus baixos valores de produto de energia. Comparando estes com os ímãs permanentes disponíveis atualmente (*e.g.* ímãs de NdFeB), vê-se um crescimento significativo nesta característica, o que resulta em uma menor quantidade volumétrica de material para se gerar um mesmo valor de campo magnético (FARIA e LIMA, 2005), expandindo assim as possíveis aplicações desses ímãs.

Figura 2.11 – Evolução do fator  $BH_{max}$  para ímãs permanentes com o tempo.

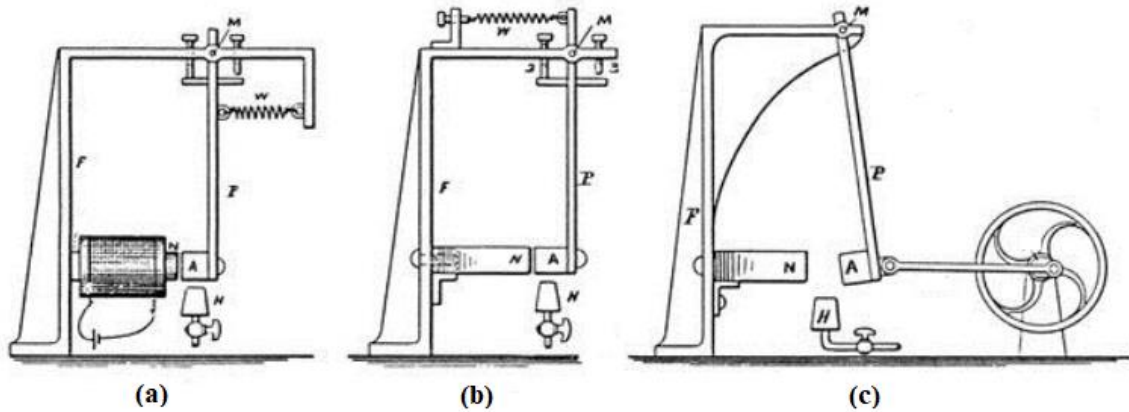


Fonte: adaptado de (VACCUMSCHMELZE, 2015).

## 2.4 Motores Termomagnéticos

Em 1889 o pesquisador e inventor Nikola Tesla, registrou uma patente na qual apresentava vários dispositivos que funcionavam com base nas energias magnética, térmica e mecânica (TESLA, 1889). Estes dispositivos, denominados motores termomagnéticos, têm por objetivo obter potência mecânica por meio da ação conjunta dos três tipos de energia citados anteriormente. Alguns exemplos dos modelos propostos por ele estão mostrados na Figura 2.12, onde **N** representa a fonte de campo magnético, **F** é a estrutura de suporte, **M** o ponto de fixação para o braço (**P**), **A** é o material de trabalho (rotor), **W** a mola de ação e **H** a fonte de calor.

Figura 2.12 - Patentes dos primeiros motores termomagnéticos registrados por Tesla: (a) motor pendular com funcionamento por bobina e retorno por mola; (b) também pendular, mas com ímã permanente como material gerador de campo; (c) igual ao modelo (a), exceto que no lugar da mola, há um volante, que rotacionará com a mesma frequência que o material de trabalho pode aquecer e resfriar.



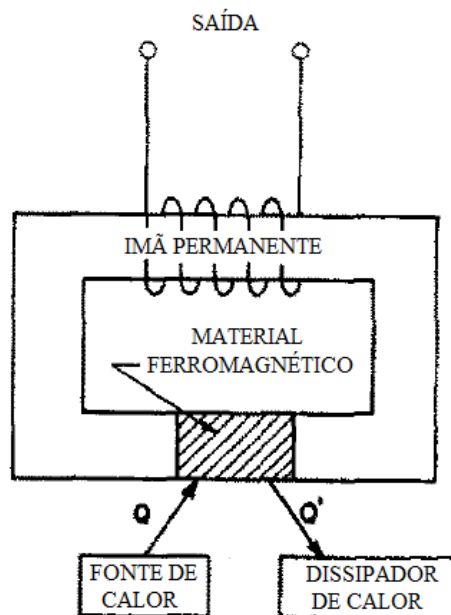
Fonte: adaptado de (TESLA, 1889).

Naquela época, porém, alguns fatores impossibilitavam a aplicação destes dispositivos. Primeiramente, destaca-se que os materiais magnéticos conhecidos apresentavam temperatura de Curie muito elevada, necessitando uma grande quantidade de energia para poder alternar sua fase magnética. Tesla cita o aquecimento de um aço (não especificado) se dava até aproximadamente  $600^{\circ}\text{C}$ , temperatura na qual este “perde” suas propriedades magnéticas. Outro fator é a utilização de ímãs permanentes como fonte de campo magnético. Os ímãs conhecidos naquela época possuíam baixo rendimento, o qual é determinado pelo produto de energia, mais conhecido como fator  $BH$ . É possível observar na Figura 2.11 que, em meados de 1900, o valor de  $BH_{max}$  era baixo, o que se traduz em uma maior quantidade de material para gerar o mesmo campo que, atualmente, pode ser gerado uma pequena quantidade de NdFeB (FARIA e LIMA, 2005).

Elliott (1959) fez um estudo do quanto de potência poderia ser gerada em um gerador termomagnético como disposto na Figura 2.13. Nesta época, já se conheciam ímãs permanentes com maiores eficiências, como os ímãs de AlNiCo (ver Figura 2.11), e o gadolínio (Gd), cuja  $T_{Curie}$  se encontra em torno da temperatura ambiente (UJIHARA *et al.*, 2007). Utilizando estes dois materiais, ele obteve uma potência específica de saída de baixa quando comparada a outros dispositivos termoelétricos e de indução eletromagnética. Stauss (1959) realizou uma análise da eficiência máxima que um dispositivo deste poderia ter.

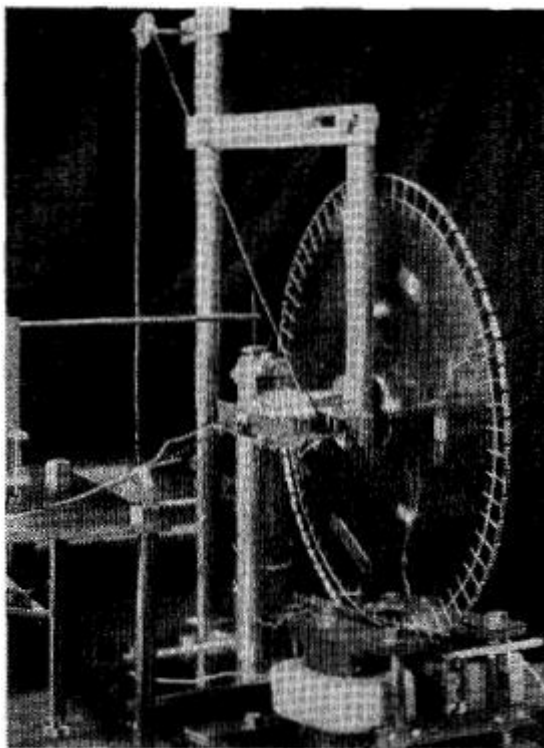
Teoricamente, a eficiência máxima destes dispositivos é de  $10^{-4}$  a  $10^{-3}\%$ , sendo, portanto, muito baixa.

Figura 2.13 – Representação esquemática do gerador termomagnético de Elliott.



Fonte: adaptado de (ELLIOTT, 1959).

Figura 2.14 – Imagem do motor termomagnético feito por Murakami e Nemoto (1972).

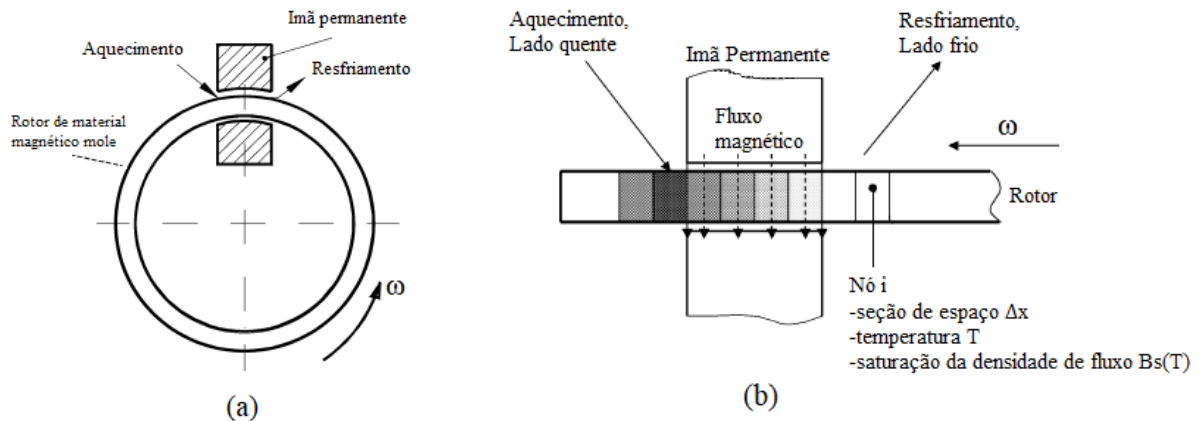


Fonte: adaptado de (MURAKAMI e NEMOTO, 1972).

Anos mais tarde, Murakami e Nemoto (1972) realizaram um estudo, do ponto de vista da engenharia, para avaliar o comportamento em um motor termomagnético idealizado por eles, apresentado na Figura 2.14. Neste estudo, foi utilizado um rotor, constituído de um material não especificado, mas que tem sua  $T_{Curie}$  em torno dos 50°C, e para a geração do campo magnético, um eletroímã, pois desejava-se poder alterar o valor de campo aplicado no rotor. A eficiência máxima calculada para a geração de energia alcançou valores em torno de 0,02%, pouco acima do especificado por Stauss (1959). Apesar da baixa eficiência, foi proposto que estes motores podem ser utilizados como dispositivos de controle.

Porém, nos últimos anos esse quadro vem mudando. Com o desenvolvimento de novos materiais magnéticos, como o MnAs, os quais possuem temperaturas de Curie mais baixas, ao redor da temperatura ambiente (ALVES *et al.*, 2013), e de ímãs permanentes de alto rendimento, como os à base de NdFeB, o interesse no desenvolvimento de motores termomagnéticos voltou a ser tema de estudos na comunidade científica.

Figura 2.15 – Modelo de motor termomagnético proposto por Karle.



Fonte: adaptado de (KARLE, 2001).

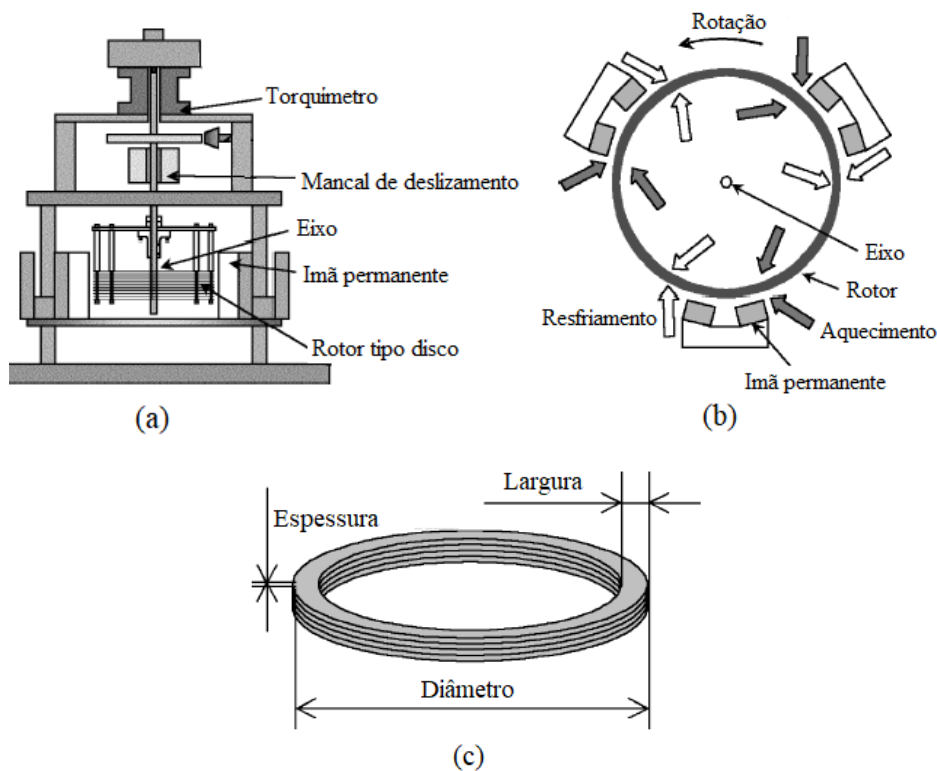
Karle (2001) propõe um modelo de motor, mostrado na Figura 2.15 que apresenta uma forma de rotor anelar, feito com Thermoflux®, passando por uma abertura na qual há a ação de um campo magnético provindo de um ímã permanente da liga AlNiCo (Figura 2.15(a)). O seu funcionamento se dá pelo aquecimento, advindo da radiação solar, de um dos lados do rotor, logo antes o *gap* (região de alta densidade de fluxo magnético pela qual o material se desloca), e o resfriamento ao longo do rotor se dá pela convecção natural. Por meio da difusão do calor no Thermoflux®, um gradiente de temperaturas é gerado e, conseqüentemente, um gradiente de magnetização no material, como pode ser visto na Figura 2.15(b). O campo magnético age com maior intensidade nas áreas mais frias, fazendo assim com que o rotor



entre em um movimento de rotação em torno do seu eixo, com velocidade angular  $\omega$ . Foi calculada uma eficiência térmica de  $8,3 \times 10^{-3}\%$  para este modelo, sendo então explicado pelo autor que, para fins de produção de energia mecânica e geração de energia, o motor deveria ser muito maior, não sendo economicamente interessante de ser produzido para esse fim.

Takahashi *et al.* (2004), propuseram um dispositivo termomagnético parecido com o proposto por Karle, apresentado na Figura 2.16, porém utilizando três ímãs permanentes de NdFeB localizados à distâncias angulares igualmente espaçadas um do outro. O rotor foi projetado realizando uma otimização em relação ao número e espessura dos anéis, bem como a largura deles, e está apresentado na Figura 2.16(c). O material utilizado para o rotor foi o  $\text{Fe}_{68,5}\text{Ni}_{31,5}$ . As fontes quente e fria do motor foram consideradas, respectivamente, com  $95^\circ\text{C}$  e  $11^\circ\text{C}$ . Em suas análises, o caso que gerou maior potência teve um valor de 14,8 W, considerando um rotor com 10 anéis, com 0,5 mm de espessura cada e 40 mm de largura dos anéis. Para gerar uma potência de 100 W, calculou-se que é necessário um rotor com 68 discos nessas dimensões.

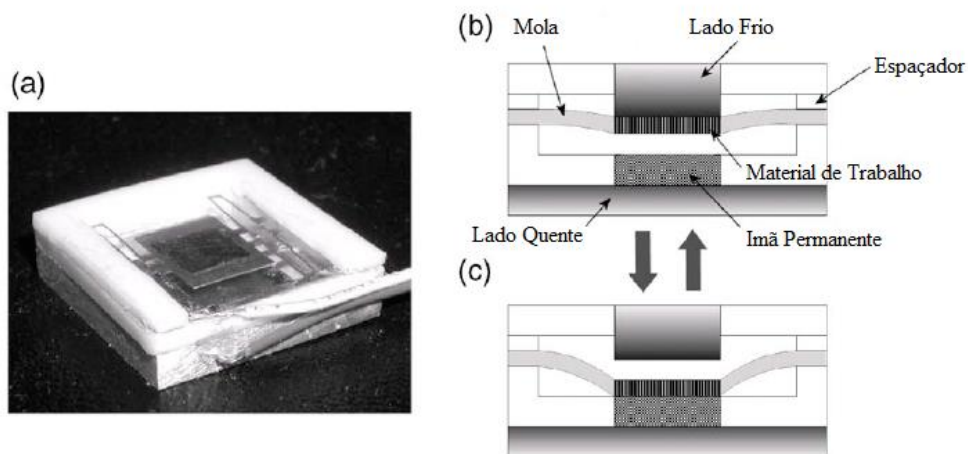
Figura 2.16 – Modelo de motor termomagnético proposto por Takahashi et al. (2004): (a) visão geral; (b) detalhe dos ímãs e dos pontos de aquecimento/resfriamento; (c) detalhe do rotor com alguns dos valores utilizados nos estudos.



Fonte: adaptado de (TAKAHASHI *et al.*, 2004).

Ujihara *et al.* (2007) fizeram um estudo com uma outra abordagem. Neste, o dispositivo termomagnético foi construído com o intuito de gerar energia elétrica por meio de um material piezoelétrico, acoplado ao material de trabalho. O modelo desenvolvido pode ser visto na Figura 2.17. As dimensões totais deste são 2 cm x 2 cm x 6 mm. Como material de trabalho foi utilizado o Gd, e como gerador de campo um ímã permanente de NdFeB. Este modelo foi comparado com geradores termoelétricos do mesmo tipo, que produzem 12 mW/cm<sup>2</sup> de potência com um gradiente de temperatura de 50K. O dispositivo termomagnético apresentou uma geração de potência de 18,5 a 36,1 mW/cm<sup>2</sup>, podendo trabalhar com um gradiente de temperatura de 10K, chegando assim à uma eficiência experimental de 0,785.

Figura 2.17 – Gerador termomagnético proposto por Ujihara et al. (2007): (a) foto do gerador produzido; (b) imagem em corte do material de trabalho no resfriamento; (c) imagem em corte do material de trabalho no aquecimento.

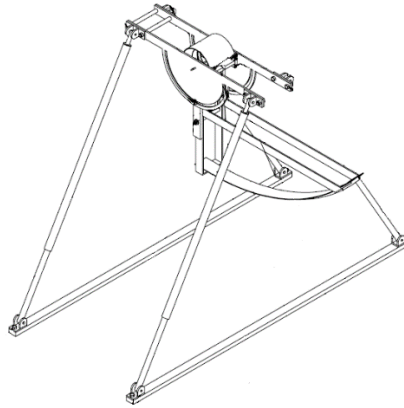


Fonte: adaptado de (UJIHARA *et al.*, 2007).

Mais recentemente o Grupo de Estudos em Materiais e Máquinas Térmicas (GEMMAT), realizou algumas pesquisas sobre estes dispositivos. O trabalho de Foleiss *et al.* (2012), Figura 2.18, foi o primeiro desenvolvido pelo grupo e propôs um modelo de motor parecido com o design de Karle (2001). Para o rotor em forma de anel, foram feitas simulações para três tipos de materiais constituintes: MnAs, Gd e Thermoflux®. O ímã permanente utilizado foi de NdFeB. Como proposta, foi adotada uma sugestão de Karle (2001), que foi a inclusão de um espelho para focar os raios solares na região de aquecimento, diminuindo assim o tempo para realizar tal processo. No modelo proposto, há a possibilidade de ajustar o ângulo do motor para que sempre estivesse na melhor posição para captar a

radiação solar. O objetivo do estudo foi realizar um estudo do modelo matemático desenvolvido para tal motor, que teve uma eficiência teórica de  $3,1 \times 10^{-4}$ .

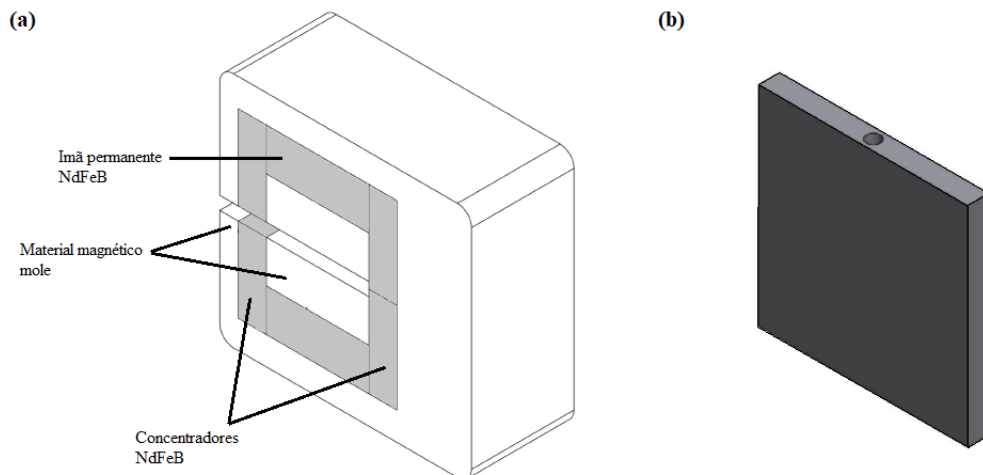
Figura 2.18 – Modelo de motor termomagnético proposto por Foleiss et al. (2012).



Fonte: adaptado de (FOLEISS e colab., 2012).

Souza (2017) realizou seu trabalho utilizando o circuito magnético e a geometria do material de trabalho conforme a Figura 2.19. O circuito consiste em uma matriz Halbach modificada, que tem por objetivo potencializar a densidade de fluxo dentro do *gap*. O material de trabalho, constituído de Gd, possui uma forma prismática com um canal, no qual é posicionado um resistor para o aquecimento do mesmo. O movimento produzido por este tipo de motor é alternado, sendo o retorno por gravidade. O material considerado para os ímãs permanentes foi o NdFeB. Foi alcançada uma força máxima aplicada no material de trabalho de aproximadamente 400N neste caso.

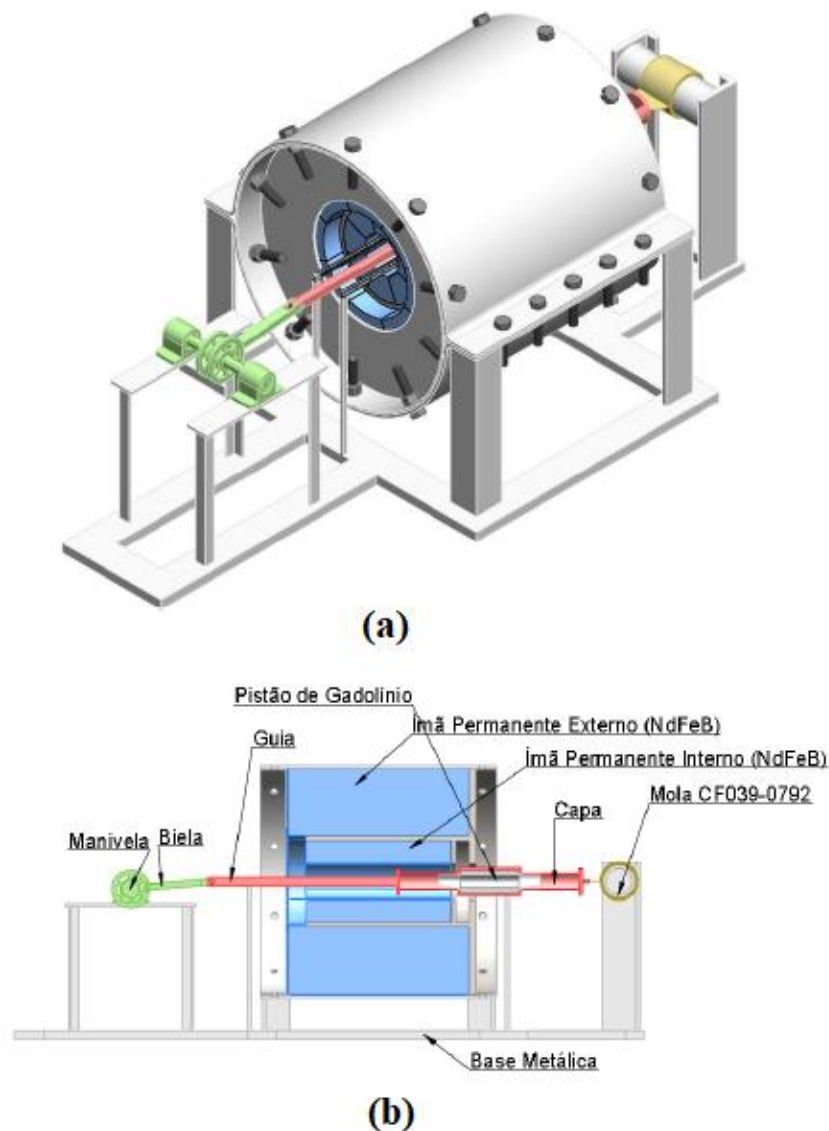
Figura 2.19 – Componentes do motor termomagnético utilizados por Souza (2017): (a) circuito magnético; (b) geometria de trabalho.



Fonte: adaptado de (SOUZA, 2017).

O trabalho desenvolvido por Gargaro (2018), apresentado na Figura 2.20, propôs o uso de um circuito magnético do tipo Halbach cilíndrico. Os materiais utilizados foram o NdFeB para o ímã permanente e Gd para o material de trabalho. O funcionamento deste motor é alternado, no qual o retorno do material de trabalho para a posição inicial se dá por meio de uma mola. Neste modelo, o material de trabalho possui um formato cilíndrico, no formato de pistão, conforme mostra a Figura 2.20(b), com um canal também cilíndrico, no qual passam os fluidos de aquecimento e resfriamento. Foi obtido um valor de força resultante máxima por ciclo de aproximadamente 100N, com temperaturas média do material de trabalho variando entre 325K ao final do aquecimento e 290K ao final do resfriamento.

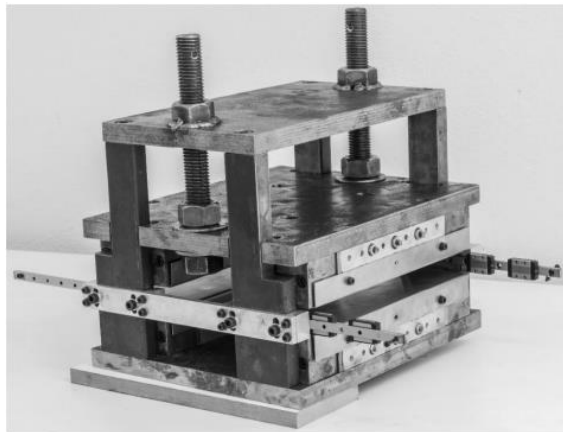
Figura 2.20 - Modelo de motor termomagnético proposto por Gargaro (2018): (a) vista isométrica geral do motor; (b) vista em corte com detalhe dos componentes.



Fonte: adaptado de (GARGARO, 2018).

O trabalho mais recente foi proposto Kaneko (2018). O motor, que possui movimento alternado, é constituído de um circuito magnético com duplo C, mostrado na Figura 2.21, e utiliza dois trocadores de calor magnéticos defasados entre si. Assim, quando um está magnetizado o outro encontra-se desmagnetizado, possibilitando uma configuração totalmente magnética e sem a necessidade do uso da gravidade ou de mola para o seu funcionamento. O trocador de calor foi definido como um leito poroso, constituído de pequenas esferas de Gd, e como imã permanente foi utilizado o NdFeB. Neste modelo, a força magnética exercida no material de prova chegou a aproximadamente 350 N.

Figura 2.21 – Modelo de motor termomagnético proposto e construído por Kaneko (2018).



Fonte: (KANEKO, 2018).

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta seção serão apresentados o projeto do circuito magnético, a modelagem matemática dos fenômenos termomagnéticos que ocorrem no trocador de calor magnético, bem como a sua implementação numérica. Além disso, será abordado o método da minimização da entropia gerada utilizado para otimizar os parâmetros geométricos e operacionais do trocador de calor de canais circulares proposto.

#### 3.1 Caracterização do trocador de calor magnético

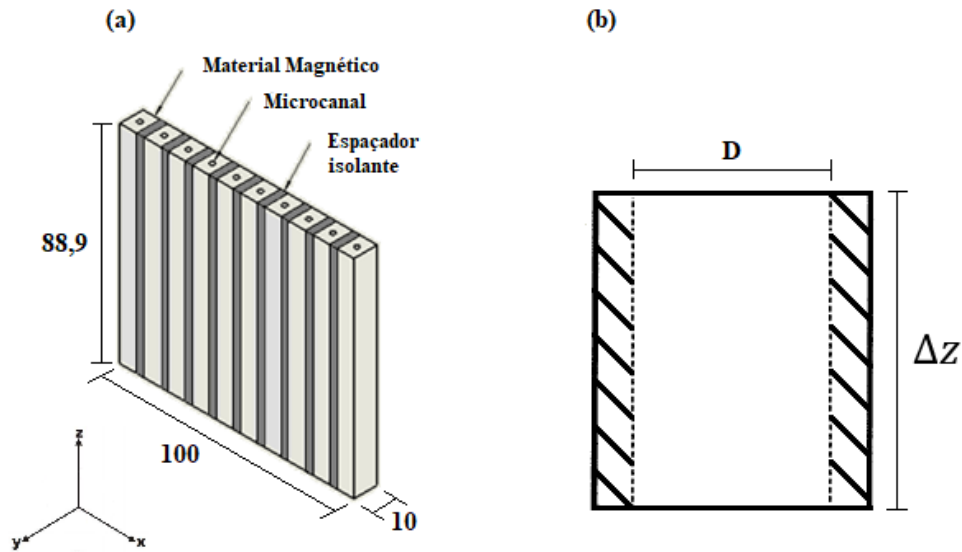
O trocador de calor magnético (chamado a partir deste ponto de TCM), é apresentado na Figura 3.1. Neste trabalho, o material magnético utilizado é o Gadolínio (Gd), devido a disponibilidade das propriedades deste material. O trocador de calor é composto por uma série de canais circulares com diâmetro  $D$ , por onde o fluido de trabalho escoar. O fluido utilizado neste trabalho é uma mistura de água com o anticongelante etilenoglicol, uma vez que a temperatura do reservatório frio é menor do que o ponto de fusão da água pura.

No exemplo apresentado na Figura 3.1, observa-se que o canal circular se encontra no centro de uma célula unitária de material magnético (Gd), totalizando dez células. Entre cada uma delas é colocado um espaçador de material polimérico (isolante e não magnético), num total de nove espaçadores. O uso dos espaçadores se dá com o intuito de reduzir o fator de desmagnetização, que será abordado na seção 3.4.4. Cada espaçador possui espessura fixa de 1 mm. Porém, conforme será explicado adiante, caso o objetivo do procedimento de otimização seja determinar o diâmetro ou o número de canais ótimos, o valor de  $D$  e do número de células unitárias de Gd pode variar, não ficando restrita a dez unidades como no exemplo.

#### 3.2 Caracterização do circuito magnético à base de ímãs permanentes de NdFeB

O projeto do circuito magnético em C proposto para este trabalho está apresentado na Figura 3.2(a). Conforme pode ser visualizado em maiores detalhes na Figura 3.2(b), este é composto por:

Figura 3.1 – Ilustração do esquema construtivo do trocador de calor magnético para o projeto do motor: (a) dimensões totais, em mm; (b) representação de um volume elementar.



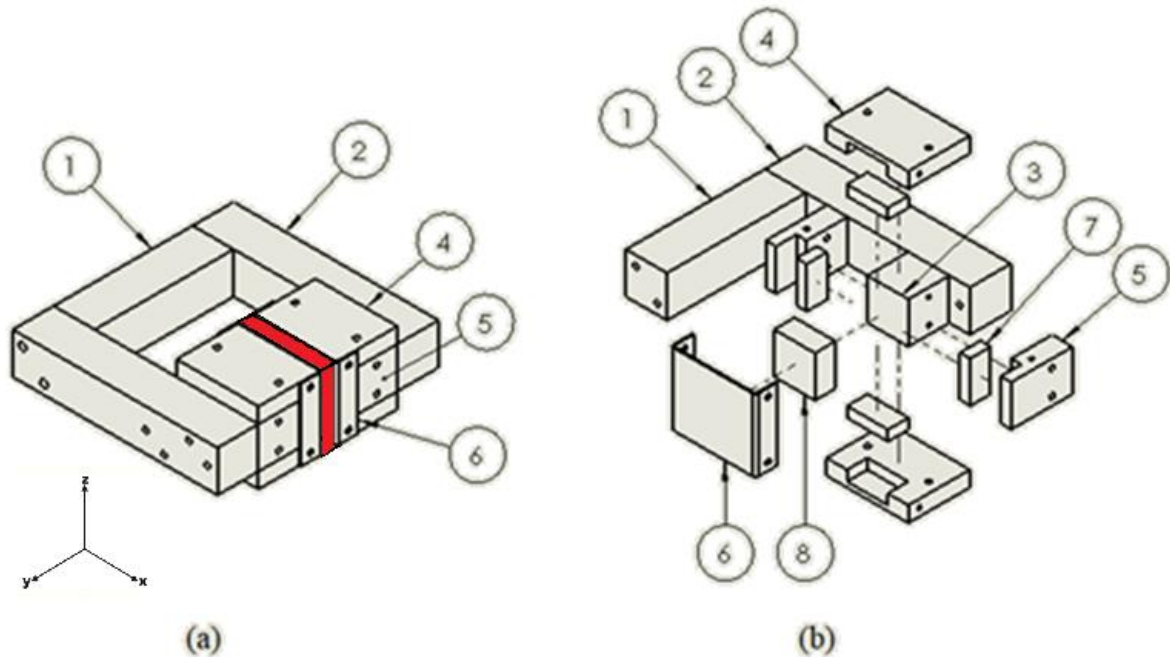
Fonte: o autor.

- três núcleos maiores de aço 1020 (partes 1 e 2), que é um material magnético mole com alto valor de permeabilidade, com dimensões de 254x50,8x50,8 mm e 172,4x50,8x50,8 mm, respectivamente;
- dois núcleos menores (parte 3), também de aço 1020, com dimensões de 50,8x50,8x50,8 mm;
- dez peças de alumínio (partes 4, 5 e 6);
- oito ímãs permanentes de classe N50 (parte 7) utilizados como concentradores laterais, cujo o objetivo é reduzir os efeitos de bordas e maximizar o campo gerado na região de interesse. Estes possuem dimensões de 12,7x50,8x25,4 mm;
- dois ímãs permanentes de classe N50 (parte 8) utilizados como ímãs principais, cujo objetivo é gerar a maior parcela da intensidade do campo magnético (possuem maior massa) bem como orientar a direção do campo gerado. Estes possuem dimensões de 25,4x50,8x50,8 mm.

Os núcleos de aço além de dar forma a estrutura primária do circuito magnético (circuito em C), eles têm como principal objetivo guiar as linhas de campo magnético gerado pelos ímãs permanentes, fechando o circuito magnético. As peças em alumínio são utilizadas exclusivamente fins estruturais.

O campo magnético é gerado na região vazada localizada entre os blocos de NdFeB (região destacada em vermelho na Figura 3.2(a)), a qual possui dimensões máximas de 101,6 x 16,04 x 88,9 mm. Esse volume onde o campo é gerado, por vezes ao longo deste trabalho, é chamada de *gap* magnético e é a região de interesse no projeto do circuito magnético, explicado adiante.

Figura 3.2 – Projeto do circuito magnético em C proposto: (a) vista geral isométrica; (b) vista explodida mostrando as partes internas.



Fonte: o autor.

### 3.3 Dimensionamento do circuito magnético

Para o dimensionamento do circuito magnético, bem como para conhecer a distribuição da densidade de fluxo magnético na região de alto campo, duas abordagens diferentes foram utilizadas: simulações bi e tridimensionais. As simulações foram realizadas utilizando o software *COMSOL Multiphysics v. 5.3, AC/DC module, magnetic fields, no currents formulation*.

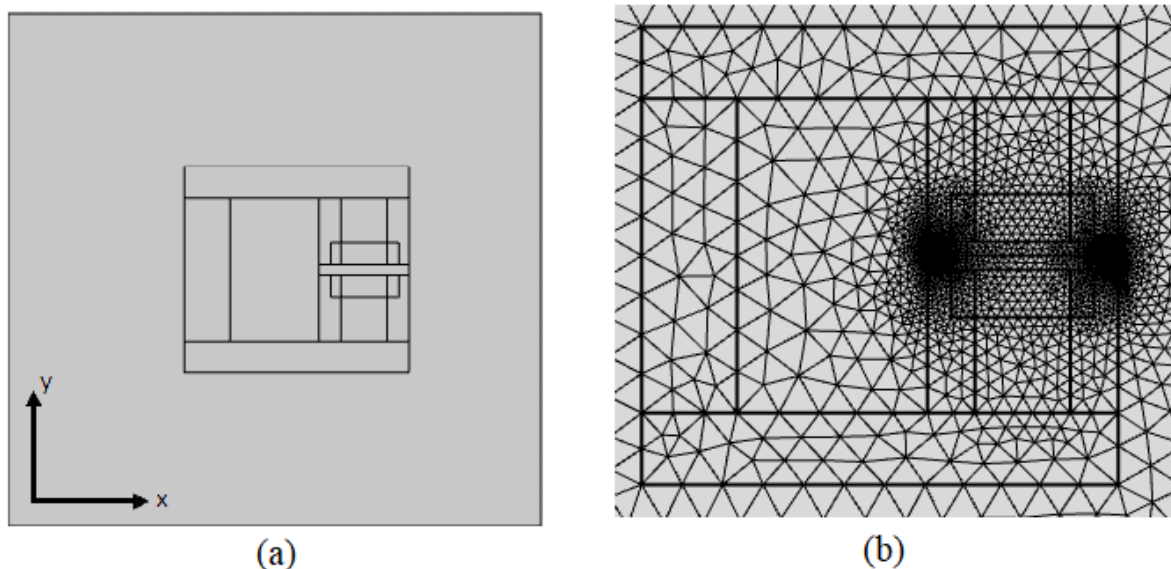


### 3.3.1 Simulação bidimensional

Para iniciar o dimensionamento do circuito magnético e verificar se o tipo de circuito proposto, ímã em C, atenderia as expectativas para o projeto do motor, os primeiros resultados para a densidade de fluxo magnético foram obtidos por meio de um modelo bidimensional.

A Figura 3.3(a) apresenta uma vista da interface do COMSOL. A Figura 3.3(b) mostra a malha utilizada, sendo que a mesma possui 4.820 elementos triangulares, com tamanhos pré-definidos pelo software, e 85% de qualidade média dos elementos. Pode-se verificar que na região (ou volume) onde o campo magnético é gerado (*gap* magnético), a malha utilizada é mais refinada, com o objetivo de obter com maior precisão e resolução a distribuição de densidade de fluxo magnético. No centro do *gap* magnético, uma linha foi desenhada para verificar a distribuição do campo magnético ao longo desta linha, bem como a posição exata em que o seu valor de campo é máximo.

Figura 3.3 – Desenho 2D: (a) detalhe das peças do circuito; (b) detalhe da malha utilizada na simulação.



Fonte: o autor.

Para conduzir as linhas de campo e fechar o circuito magnético, recomenda-se o uso de materiais ferromagnéticos moles, que apresentam uma alta permeabilidade relativa. No caso, escolheu-se o aço 1020 por apresentar esta característica, como mostra a Figura 3.4, e também por ser de fácil aquisição. Os ímãs utilizados foram de NdFeB, *grade* N50, com remanência de 1,41T e permeabilidade relativa de 1,05. Este material foi escolhido devido à sua alta energia (fator  $BH$ ). Os demais materiais utilizados são o alumínio 1060 e o ar, ambos não-

magnéticos e com permeabilidade relativa igual a 1. Observa-se que todo o ambiente em torno do circuito magnético foi considerado como ar, incluindo a região do *gap* magnético. Todas as informações quanto às permeabilidades, incluindo a sua dependência com o campo magnético (Figura 3.4), e módulo e direção da remanência, são dados de entrada no COMSOL *Multphysics*. As direções da remanência de cada bloco de ímã utilizado nas simulações bidimensionais são apresentadas na Figura 3.5.

Figura 3.4 – Curva de permeabilidade relativa por campo aplicado do Aço 1020.

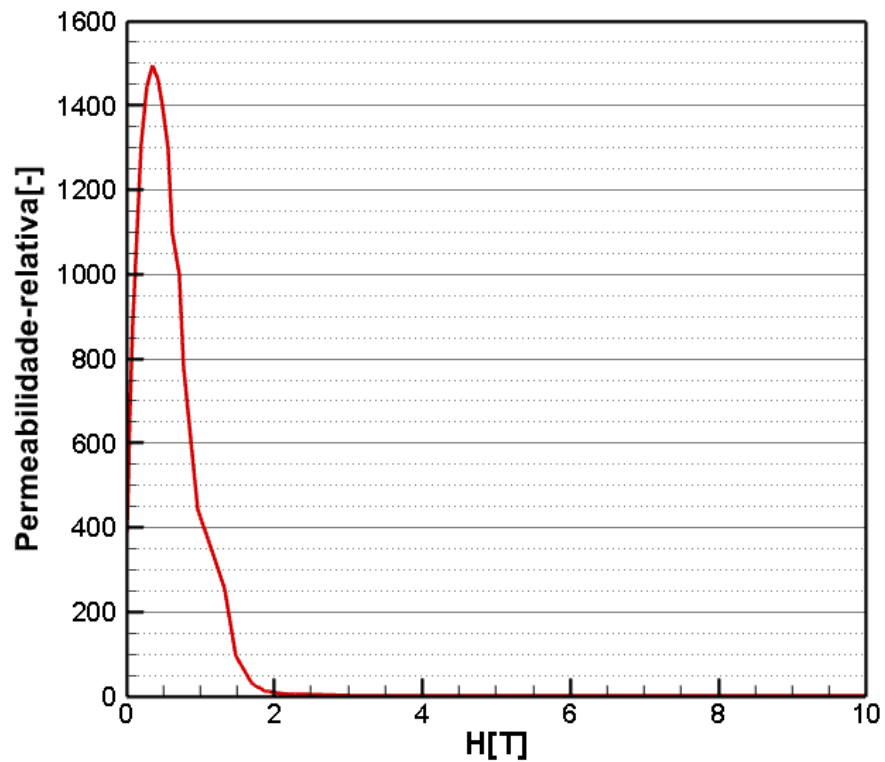
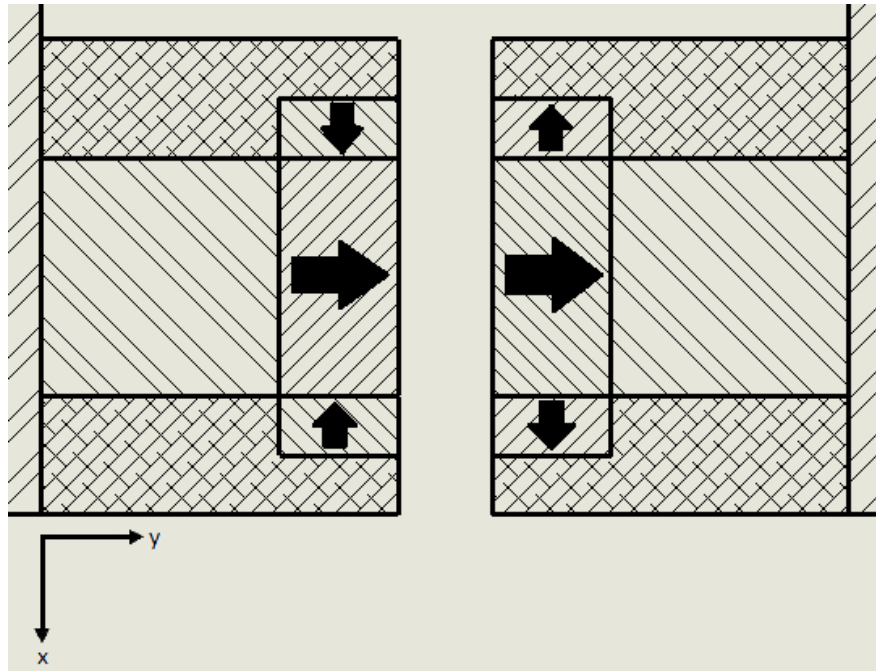


Figura 3.5 – Direção da remanência de cada imã na simulação 2D.



Fonte: o autor.

O equacionamento da simulação no COMSOL *Multiphysics* para o módulo AC/DC, *magnetic field, no currents formulation*, é composto pelas Equações 3.1 a 3.3.

$$H = -\nabla V_m \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot (\mu_0 \mu_r H + B_r) = 0 \quad (3.2)$$

$$B = \mu_0 \mu_r H + B_r \quad (3.3)$$

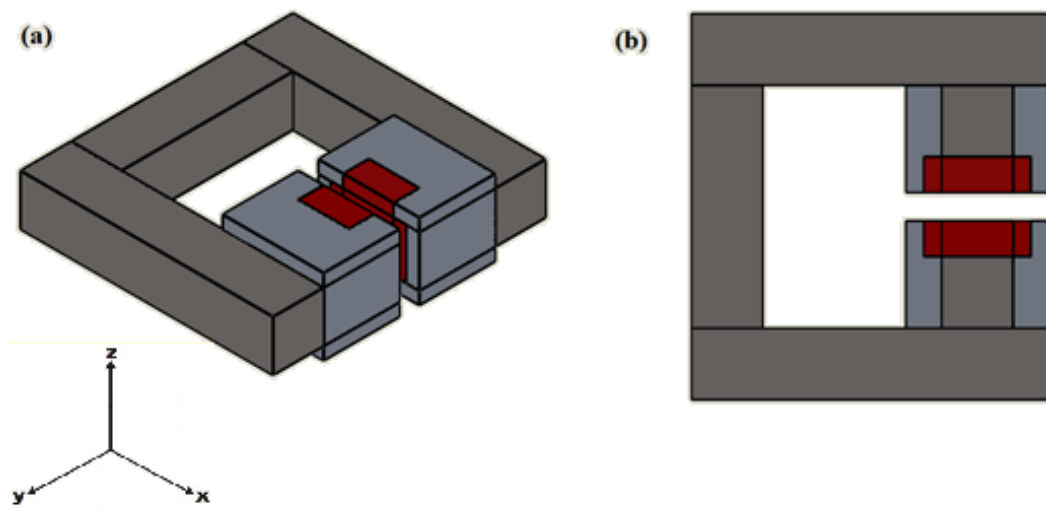
em que  $V_m$  é o potencial escalar magnético,  $B$  é a densidade de fluxo magnético,  $B_r$  é a remanência,  $H$  é o campo magnético,  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo e  $\mu_r$  é a permeabilidade relativa. A Equação 3.1, para o cálculo do campo magnético, nada mais é do que uma analogia com a equação utilizada para cálculo do campo elétrico a partir do potencial eletrostático ( $E = -\nabla V_{el}$ ).

### 3.3.2 Simulação tridimensional

O projeto tridimensional do circuito magnético foi desenvolvido no software SolidWorks® e posteriormente importado para o Comsol *Multiphysics*®. O desenho 3D é apresentado na Figura 3.6. Os mesmos materiais e equacionamento da simulação

bidimensional foram utilizados para a simulação tridimensional. A malha para este modelo apresenta 1.826.574 elementos tetraédricos, com tamanhos pré-definidos pelo software, com uma qualidade média de 66,22%. Novamente, a malha na região do *gap* magnético foi a mais refinada para aumentar a qualidade do resultado da simulação. Para se obter a distribuição do campo magnético ao longo do eixo onde o TCM se desloca, também foi traçada uma linha no centro do *gap* magnético, ao longo da direção z. Esse resultado é um dos parâmetros de entrada no modelo matemático para avaliar o desempenho termodinâmico do motor termomagnético, explicado a seguir.

Figura 3.6 – Desenho do modelo 3D do motor termomagnético: (a) vista isométrica; (b) vista superior para comparação ao modelo 2D.



Fonte: o autor.

### 3.4 Modelo matemático para o trocador de calor magnético

O modelo matemático para simular a transferência de calor foram utilizadas as equações de conservação da energia para a fase fluido e sólido, as quais são solucionadas de forma acoplada por meio do coeficiente de convecção intersticial. Logo, a hipótese de equilíbrio térmico local não é utilizada. As hipóteses simplificativas deste problema são: modelo unidimensional e escoamento incompressível. Além disso, os processos de variação do campo magnético sobre o TCM - nos momentos em que este se move de forma ascendente e descendente (vide o ciclo de Ericsson na seção 1.1) – foram tomados como instantâneos. Porém, são considerados no modelo: os efeitos transientes, a dependência das propriedades do

fluido e do sólido magnético em relação a temperatura e campo magnético, e os efeitos da região de entrada hidrodinâmica e térmica sobre o coeficiente de atrito e de transferência de calor.

O método dos volumes finitos (MVF) foi utilizado na discretização numérica das equações, após a aplicação das hipóteses simplificativas. O MVF é o método mais robusto de resolução de problemas que contém não-linearidades, e suas equações aproximadas obtidas por meio dos balanços de conservação das propriedades nos volumes elementares determinados, tornando-o conservativo em nível discreto (MALISKA, 2004). A seguir apresenta-se o modelo matemático e sua implementação numérica. As equações discretizadas foram implementadas em MatLab®.

### 3.4.1 Modelagem matemática da transferência de calor

A conservação da energia para a fase fluido, considerando as hipóteses simplificativas, é dada pela Equação 3.4.

$$\rho_f c_{p,f} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_f u c_{p,f} \frac{\partial T}{\partial z} = k_f \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{h A_{TC}}{V_f} (T_{Sol} - T_F) + \left| u \frac{dP}{dz} \right| \quad (3.4)$$

Nesta, o primeiro termo do lado esquerdo trata-se do termo transiente, e o segundo do termo advectivo. Já o lado direito, o primeiro é o termo difusivo, o segundo a transferência de calor intersticial, onde está o acoplamento entre as fases fluido e sólido e o último é a dissipação viscosa. Em relação às variáveis da Equação 3.4,  $\rho_f$  é a densidade,  $c_{p,f}$  é o calor específico,  $u$  é a velocidade média do escoamento em regime permanente,  $k_f$  é a condutividade térmica,  $h$  é o coeficiente de transferência térmica por convecção,  $A_{TC}$  é a área de transferência de calor,  $V_f$  é o volume total de um elemento do fluido da malha espacial,  $\frac{dP}{dz}$  é o gradiente de pressão longitudinal (perda de carga). O subscrito  $f$  indica que as propriedades são avaliadas para o fluido.

A conservação da energia para a fase sólido, considerando as hipóteses simplificativas, é dada pela Equação 3.5.

$$\rho_{sol} c_{p,sol} \frac{\partial T}{\partial t} = k_{sol} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{h A_{TC}}{V_{sol}} (T_{sol} - T_F) + \dot{q}_{emc} \quad (3.5)$$

Nesta, o termo do lado esquerdo trata-se do termo transiente. No lado direito, o primeiro é o termo difusivo, o segundo a transferência de calor intersticial (acoplamento) e o último é o efeito magnetocalórico. Em relação às variáveis da Equação 3.5,  $\rho_{sol}$  é a densidade,  $c_{p,sol}$  é o calor específico,  $k_{sol}$  é a condutividade térmica,  $h$  é o coeficiente de transferência térmica por convecção,  $A_{TC}$  é a área de transferência de calor,  $V_{sol}$  é o volume total de um elemento sólido da malha espacial. O subscrito *sol* indica que as propriedades são avaliadas para o sólido.

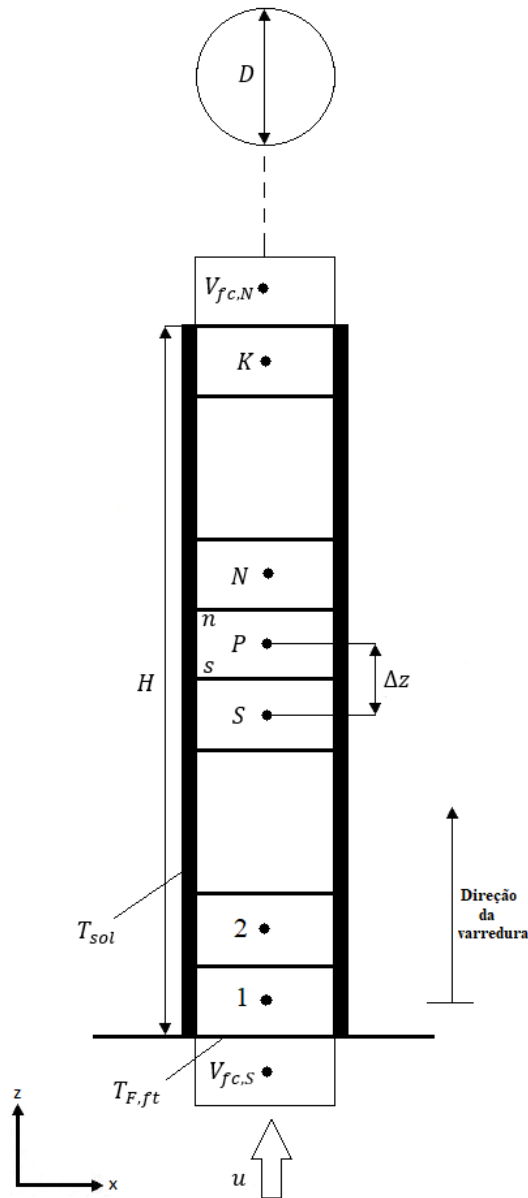
Com relação às condições de contorno para a modelagem da fase fluido, foram utilizadas condições de entrada e saída de massa nas fronteiras do sistema. Já para o sólido foi utilizada a condição fronteira adiabática em ambas as fronteiras.

#### 3.4.2 Discretização das equações

Para discretizar as equações da energia, primeiramente, consideram-se coordenadas cartesianas (eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ ) e a utilização de uma malha estruturada (com numeração sequencial), com elementos uniformes ( $\Delta z$  fixo) para ambas as fases. Uma representação da malha é mostrada na Figura 3.7. Outro ponto importante a ser destacado, é que o fluido sempre escoar com velocidade  $u$  no sentido ascendente (sul para norte), tanto para o escoamento de fluido quente como frio.

Com relação as variáveis presentes na Figura 3.7,  $T_{F,ft}$  é a temperatura do fluido na fronteira de entrada,  $H$  e  $D$  são a altura e o diâmetro do canal de escoamento, respectivamente;  $V_{fc,S}$  e  $V_{fc,N}$  são os volumes fictícios criados para a resolução do problema nas fronteiras sul e norte, respectivamente;  $\Delta z$  é a distância entre o centro de um volume e outro;  $P$  é o volume que está sendo resolvido;  $S$  e  $N$  são os volumes nas posições sul e norte, de  $P$ , respectivamente;  $n$  e  $s$  são as fronteiras norte e sul do volume  $P$  e;  $K$  é o  $k$ -ésimo elemento da malha.

Figura 3.7 – Malha para os volumes do sólido e do fluido na solução das equações do MVF.



Fonte: o autor.

Seguindo agora para a discretização da equação de conservação da energia para o fluido (Equação 3.4), de acordo com o MVF, faz-se a integração dupla  $\int_t^{t+\Delta t} \int_S^n dt dz$  em ambos os lados da equação, considerando o caso totalmente implícito, em que as temperaturas que entram no cálculo do fluxo difusivo são feitos iguais aos valores no fim do intervalo de tempo (MALISKA, 2004). Também faz-se  $T_F = T_P$ , uma vez que é a temperatura do fluido que se deseja avaliar, e rearranjando alguns termos, chega-se à Equação 3.6.

$$\rho_f(T_P - T_P^o) \frac{\Delta z_P}{\Delta t} = -\rho_f u(T_n - T_s) + \frac{k_f}{c_{p,f}} \left( \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_n - \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_s \right) + \frac{h_{ATC}}{c_{p,f} V_f} \Delta z_P (T_{sol} - T_P) + \left| u \frac{dP}{dz} \right| \frac{\Delta z_P}{c_{p,f}} \quad (3.6)$$

em que  $T_P$  e  $T_P^o$  são as temperaturas do fluido no instante atual e no instante anterior,  $T_n$  e  $T_s$  são as temperaturas do fluido nas fronteiras norte e sul do elemento  $P$ ;  $T_{sol}$  é a temperatura do sólido no mesmo instante de tempo;  $\Delta z_P$  é o comprimento do elemento de malha, e;  $\Delta t$  é o passo de tempo da solução (*time step*).

A utilização do esquema de interpolação WUDS (*Weighted Upstream Differencing Scheme*) é proposta, uma vez que no dimensionamento do trocador de calor serão realizadas simulações com baixa e alta vazão. Assim, dependendo do caso, tanto efeitos difusivos como advectivos podem ser dominantes, ou podem ter a mesma relevância. O uso do WUDS permite que sejam levados em conta ambos os efeitos, evitando erros numéricos como oscilação numérica ou suavização de gradientes (MALISKA, 2004).

O WUDS pondera os efeitos da advecção e da difusão por meio de dois coeficientes,  $\alpha^*$  e  $\beta^*$ , que dependem do número de Peclet ( $Pe$ ) baseado no comprimento do elemento de malha  $\Delta z_P$ . De acordo com Maliska (2004), as aproximações em cada interface dos volumes são dadas pelas Equações 3.7 e 3.8.

$$T_n = \left( \frac{1}{2} + \alpha_n^* \right) T_P + \left( \frac{1}{2} - \alpha_n^* \right) T_N ; T_s = \left( \frac{1}{2} + \alpha_s^* \right) T_S + \left( \frac{1}{2} - \alpha_s^* \right) T_P \quad (3.7)$$

$$\frac{k_f}{c_{p,f}} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_n = \beta_n^* \frac{k_f}{c_{p,f}} \left( \frac{T_N - T_P}{\Delta z_P} \right) ; \frac{k_f}{c_{p,f}} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_s = \beta_s^* \frac{k_f}{c_{p,f}} \left( \frac{T_P - T_S}{\Delta z_P} \right) \quad (3.8)$$

em que, os coeficientes  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$ , e o número de Peclet são dados pelas Equações 3.9, 3.10 e 3.11, respectivamente.

$$\alpha_{n,s}^* = \frac{Pe^2}{10 + 2Pe^2} \quad (3.9)$$

$$\beta_{n,s}^* = \frac{1 + 0,005Pe^2}{1 + 0,05Pe^2} \quad (3.10)$$

$$Pe = \frac{\rho_f u \Delta z_P}{(k_f / c_{p,f})} \quad (3.11)$$

Assim, substituindo as Equações 3.7 e 3.8 em 3.6, e rearranjando os termos na forma de matriz,  $A_p T_P = A_n T_N + A_s T_S + B_p$ , chega-se à Equação 3.12. Esta equação é utilizada para resolver os volumes internos da malha.



$$\left( A_n + A_s + \rho_f \frac{\Delta z_P}{\Delta t} + \frac{hA_{TC}}{c_{p,f}V_f} \Delta z_P \right) T_P = \left( -\rho_f u \left[ \frac{1}{2} - \alpha_n^* \right] + \beta_n^* \frac{k_f}{c_{p,f}\Delta z_P} \right) T_N + \left( \rho_f u \left[ \frac{1}{2} + \alpha_s^* \right] + \beta_s^* \frac{k_f}{c_{p,f}\Delta z_P} \right) T_S + \left( \frac{hA_{TC}}{c_{p,f}V_f} \Delta z_P T_S + \rho_f \frac{\Delta z_P}{\Delta t} T_P^o + \left| u \frac{dP}{dz} \right| \frac{\Delta z_P}{c_{p,f}} \right) \quad (3.12)$$

Para a aplicação das condições de contorno, fez-se o uso dos volumes fictícios (Figura 3.7). Este é um artifício que cria um volume “inexistente” após cada fronteira (fora do domínio de interesse), tornando possível tratar todos os volumes internos ao domínio de interesse por meio da Equação 3.12. Já para os volumes fictícios criados, os coeficientes  $A_p$ ,  $A_n$ ,  $A_s$  e  $B_p$  dependem das condições de contorno.

Para o fluido, conforme já abordado, tem-se a condição de entrada de massa na fronteira sul, e de saída de massa na fronteira norte. Na fronteira sul, como está sendo admitido um fluxo advectivo, o fluxo difusivo pode ser desprezado (MALISKA, 2004). Logo, tem-se uma aproximação parabólica, e a equação nesta fronteira é dada pela Equação 3.13.

$$T_P = T_n \quad (3.13)$$

em que, os coeficientes são  $A_p = 1$ ,  $A_n = 0$  e  $B_p = T_n$ .

Para a condição de saída de massa na fronteira norte, aplicando uma condição localmente parabólica, a qual não necessita de informações à jusante (MALISKA, 2004), chega-se à Equação 3.14.

$$T_P = T_S \quad (3.14)$$

na qual os coeficientes são  $A_p = 1$ ,  $A_s = 1$  e  $B_p = 0$ .

Partindo agora para a discretização da equação de conservação da energia para o sólido (Equação 3.5), faz-se os mesmos passos da discretização para o fluido, porém, dessa vez  $T_{sol} = T_P$ , uma vez que deseja-se determinar a temperatura do sólido. Assim, chega-se à Equação 3.15.

$$\rho_{sol} (T_P - T_P^o) \frac{\Delta z_P}{\Delta t} = \frac{k_{sol}}{c_{p,sol}} \left( \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_n - \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_s \right) + \frac{hA_{TC}}{c_{p,sol}V_{sol}} \Delta z_P (T_F - T_P) + \dot{q}_{emc} \frac{\Delta z_P}{c_{p,sol}} \quad (3.15)$$

O esquema de interpolação utilizado para o sólido é o das Diferenças Centrais (CDS), uma vez que o problema é puramente difusivo, em que (MALISKA, 2004):

$$\frac{k_{sol}}{c_{p,sol}} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_n = \frac{k_{sol}}{c_{p,sol}} \left( \frac{T_N - T_P}{\Delta Z_P} \right) \quad (3.16)$$

$$\frac{k_{sol}}{c_{p,sol}} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_s = \frac{k_{sol}}{c_{p,sol}} \left( \frac{T_P - T_S}{\Delta Z_P} \right) \quad (3.17)$$

Rearranjando os termos na forma  $A_p T_P = A_n T_N + A_s T_S + B_p$ , obtém-se a Equação 3.18.

$$\left( A_n + A_s + \rho_{sol} \frac{\Delta Z_P}{\Delta t} + \frac{h_{ATC}}{c_{p,sol} V_{sol}} \Delta Z_P \right) T_P = \left( \frac{k_{sol}}{c_{p,sol} \Delta Z_P} \right) T_N + \left( \frac{k_{sol}}{c_{p,sol} \Delta Z_P} \right) T_S + \left( \frac{h_{ATC}}{c_{p,sol} V_{sol}} \Delta Z_P T_F + \rho_{sol} \frac{\Delta Z_P}{\Delta t} T_P^o + \dot{q}_{emc} \frac{\Delta Z_P}{c_{p,sol}} \right) \quad (3.18)$$

Novamente, foram utilizados os volumes fictícios, porém, a condição de contorno, em ambas as fronteiras do sólido, é de fluxo de calor prescrito igual a zero, dada por (MALISKA, 2004):

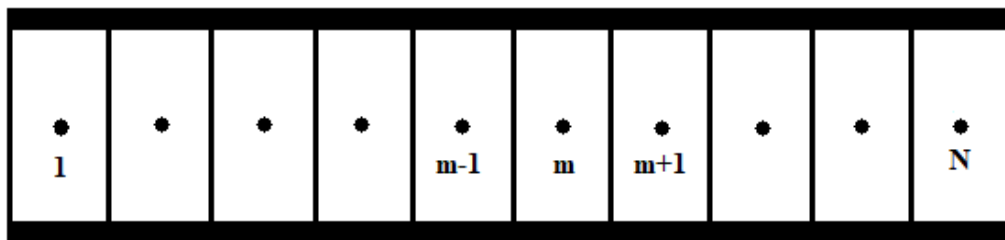
$$T_P = T_N + \frac{2q_f'' \Delta Z_P}{k_f} \quad (3.19)$$

em que o fluxo de calor,  $q_f'' = 0$ . Assim, os coeficientes se tornam:  $A_p = 1$ ,  $A_n = 1$  e  $B_p = 0$ .

### 3.4.3 Implementação numérica

Por se tratar de um problema de transferência de calor acoplado entre as fases fluido e sólido, suas respectivas equações discretizadas dever ser implementadas na forma um sistema linear a ser resolvido iterativamente. Cada um dos sistemas lineares (um para o fluido e outro para o sólido), por sua vez, podem ser resolvidos de forma direta ou iterativa. Neste trabalho foi utilizado o método linha a linha conhecido como algoritmo de Thomas ou TDMA (*Tridiagonal Matrix Algorithm*), o qual é capaz de resolver diretamente um problema unidimensional (MALISKA, 2004).

Figura 3.8 – Malha utilizada para implementação do TDMA.



Fonte: adaptado de (MALISKA, 2004).

Considere a malha apresentada na Figura 3.8. O TDMA varre os volumes de 1 a N calculando dois coeficientes,  $P$  e  $Q$ , e volta de N a 1 calculando a variável de interesse. Neste caso, a temperatura. No TDMA, reescreve-se a equação  $A_p T_p = A_n T_N + A_s T_S + B_p$  em uma forma mais conveniente (Equação 3.20), na qual  $T_m$  é calculada pela relação recursiva apresentada na Equação 3.21.

$$A_m T_m + B_m T_{m+1} + C_m T_{m-1} = D_m \quad (3.20)$$

$$T_{m-1} = P_{m-1} T_m + Q_{m-1} \quad (3.21)$$

Substituindo as Equações 3.21 em 3.20, tem-se que os coeficientes  $P$  e  $Q$  são obtidos de acordo com as Equações 3.22 e 3.23.

$$P_m = \frac{-B_m}{A_m + C_m P_{m-1}} \quad (3.22)$$

$$Q_m = \frac{D_m - C_m Q_{m-1}}{A_m + C_m P_{m-1}} \quad (3.23)$$

Assim, ao determinar os valores de  $P_1$  e  $Q_1$  (ou seja, para o primeiro volume) encontram-se todos os demais valores de  $P$  e  $Q$ , varrendo os volumes de 1 a N.  $P_1$  e  $Q_1$  são obtidos pelas Equações 3.24 e 3.25.

$$P_1 = -\frac{B_1}{A_1} \quad (3.24)$$

$$Q_1 = \frac{D_1}{A_1} \quad (3.25)$$

Após calcular todos os valores de  $P$  e  $Q$ , faz-se uma varredura no sentido oposto, do volume N até o 1, calculando as temperaturas. Logo, observa-se que primeiramente a temperatura deve ser determinada no volume N pela Equação 3.26:

$$T_N = Q_N \quad (3.26)$$

#### 3.4.4 Modelagem e implementação do efeito magnetocalórico e do campo desmagnetizante interno

Em um modelo matemático, existem duas formas de implementar o EMC: o método discreto e o método *built-in* (NIELSEN *et al.*, 2011). O método discreto é o mais simples, em que, ao se variar adiabaticamente o campo magnético sobre o MM em um dado instante  $t +$

$\Delta t$  do ciclo, o seu respectivo valor de  $\pm\Delta T_{ad}$  é diretamente somado à temperatura do sólido, conforme a Equação 3.27.

$$T_{sol}(t + \Delta t, z) = T_{sol}(t, z) + \Delta T_{ad}(T_s(t, z))_{S,\Delta B} \quad (3.27)$$

O método *built-in*, por sua vez, considera o EMC como uma taxa de energia instantânea com termo de geração na equação da conservação da energia do sólido ( $\dot{q}_{emc}$ , na Equação 3.5), o qual é calculado pela Equação 3.28. Assim, quando o varia-se o campo magnético externo sobre o MM em um dado instante do ciclo, o EMC é computado por meio da variação de entropia no termo  $\frac{dS}{dB} \frac{dB}{dt}$ . No presente modelo, este foi o método utilizado.

$$\dot{q}_{emc} = -T_{sol} \frac{dS}{dB} \frac{dB}{dt} \frac{\rho_G d\Delta z_P}{c_{p,sol}} \quad (3.28)$$

Contudo, o campo magnético aplicado sobre qualquer material ferromagnético sempre será diferente do campo resultante (“sentido”) por ele. O campo resultante interno ( $H_T$ ) é igual à soma entre o campo ( $H_{ap}$ ) e o campo desmagnetizante ( $H_{dmag}$ ), dada pela Equação 3.29 (SMITH, A. e colab., 2010).

$$H_T(M) = H_{ap} + H_{dmag} \quad (3.29)$$

em que o campo desmagnetizante é determinado pela Equação 3.30.

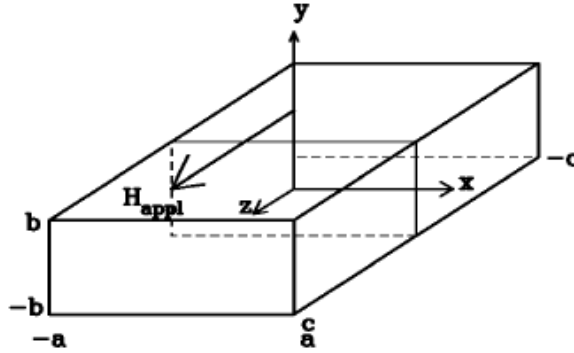
$$H_{dmag}(\mu_0 H_T, T) = -\rho_{sol} D_{dmag} M(\mu_0 H_T, T) \quad (3.30)$$

sendo,  $\rho_{sol}$  é a densidade do MM,  $M(\mu_0 H_T, T)$  a magnetização do MM a qual depende da temperatura e do próprio campo resultante interno, e  $D_{dmag}$  é o fator de desmagnetização, que depende da geometria do material. Em comparação com a Equação 2.7, a multiplicação pela densidade do material neste caso acontece por conta da unidade de medida da magnetização (emu/g). Neste caso, como se trata de um prisma ferromagnético, foi utilizada uma equação proposta por Aharoni (1998) para esta situação, que é mostrada na Equação 3.31.

$$\begin{aligned}
\pi D_z = & \frac{b^2-c^2}{2bc} \ln \left( \frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}-a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}+a} \right) + \frac{a^2-c^2}{2ac} \ln \left( \frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}-b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}+b} \right) + \frac{b}{2c} \ln \left( \frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{\sqrt{a^2+b^2}-a} \right) + \\
& \frac{a}{2c} \ln \left( \frac{\sqrt{a^2+b^2}+b}{\sqrt{a^2+b^2}-b} \right) + \frac{c}{2a} \ln \left( \frac{\sqrt{b^2+c^2}-b}{\sqrt{b^2+c^2}+b} \right) + \frac{c}{2b} \ln \left( \frac{\sqrt{a^2+c^2}-a}{\sqrt{a^2+c^2}+a} \right) + 2 \tan^{-1} \left( \frac{ab}{c\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \right) + \\
& \frac{a^3+b^3-2c^3}{3abc} + \frac{a^2+b^2-2c^2}{3abc} \sqrt{a^2+b^2+c^2} + \frac{c}{ab} (\sqrt{a^2+c^2} + \sqrt{b^2+c^2}) + \\
& \frac{(a^2+b^2)^{3/2} + (b^2+c^2)^{3/2} + (a^2+c^2)^{3/2}}{3abc}
\end{aligned} \tag{3.31}$$

onde os termos  $a$ ,  $b$  e  $c$  são valores geométricos referentes à metade da largura, altura e comprimento do prisma, que podem ser observados na Figura 3.9. No modelo proposto,  $D_{dmag} = D_z$ , por conta da direção de aplicação do campo magnético no MM em relação ao eixo de coordenadas da Figura 3.9.

Figura 3.9 – Sistema de coordenadas utilizado no cálculo do fator desmagnetizante.



Fonte: adaptado de (AHARONI, 1998).

Observe que  $H_{dmag}(\mu_0 H_T, T)$  depende do próprio campo interno resultante. Logo, este problema deve ser resolvido de forma iterativa e, para garantir convergência mais rápida, faz-se o uso da Equação 3.32, proposta por Smith *et al.* (2010),

$$H_{n+1} = H_n + \lambda_n [H_T(M) + H_n] \tag{3.32}$$

em que  $H_{n+1}$  é o valor do campo em uma iteração posterior,  $H_n$  é o valor do campo na iteração atual,  $H_T(M)$  é o valor do campo total baseado na magnetização e  $\lambda_n$  é um fator de sub-relaxamento. Somente na primeira iteração é utilizado o valor do campo aplicado como parâmetro inicial. Nas iterações posteriores é utilizado o valor de densidade de fluxo magnético obtido com base no valor de  $\mu_0 H_T$  da iteração anterior, até a convergência.

Em relação ao TCM, caso fosse feito em uma única peça de material ferromagnético, o valor do fator de desmagnetização seria muito alto, em torno de 0,8, e assim o campo

resultante seria muito baixo. A solução encontrada foi subdividir o TCM em segmentos menores separados entre si por um material não magnético, os espaçadores, como foi exposto na Seção 3.2. Logo, o TCM é composto por vários corpos prismáticos de MM, com fator de desmagnetização relativamente menor do que 0,8. Também ressalta-se que, dependendo do objetivo do procedimento de otimização, a largura do prisma varia, e conseqüentemente, altera-se o valor do fator de desmagnetização.

### 3.4.5 Modelagem e implementação da força magnética e do balanço de forças

A força magnética depende tanto da diferença de campo magnético entre duas posições consecutivas na *gap*, quanto da magnetização média do material em um determinado instante. A magnetização para cada volume é uma função da temperatura e do valor do campo interno resultante, em cada posição, em cada instante. A Equação 3.33 para o cálculo da força magnética ( $F_{mag}$ ) foi adaptada de Gama *et al.* (2016):

$$F_{mag} = \rho_{sol} M(\mu_0 H_T, T) \frac{dB}{dz} (1000) \sum_{i=1}^j V_{i,x}^z \quad (3.33)$$

Nesta equação,  $\frac{dB}{dz}$  é a diferença de densidade de fluxo magnético em relação às posições da malha espacial e  $\sum_{i=1}^j V_{i,x}^z$  é a soma de todos os volumes na direção x de MM do TCM localizados em uma mesma posição z. Ou seja, a força magnética calculada pela Equação 3.56 corresponde à z-ésima parcela da força magnética total.

Quanto ao balanço de forças, este é dado pela Equação (3.34):

$$F_R = \left( \sum_{i=1}^k F_{mag_i}^z \right) - P_{TCM} \quad (3.34)$$

em que  $P_{TCM}$  é a força peso que atua sobre o TCM. É importante salientar que, devido a disponibilidade de propriedades para o Gd até 305 K, análises preliminares mostraram que mesmo o todo TCM ficasse em equilíbrio com a temperatura máxima de 305 K, a força magnética produzida nesta condição sempre é maior que o peso respectivo à massa de Gd contida no TCM, que é ao redor de 600 g (esse valor pode variar dependendo das condições geométricas do TCM). Assim sendo, o TCM jamais sairia da região de campo magnético elevado e, portanto, o motor não funcionaria. Para resolver este problema, uma massa de 10,9

kg foi adicionada à massa do TCM para viabilizar o seu funcionamento. As informações quanto as propriedades do Gd utilizadas são disponibilizadas adiante.

#### 3.4.6 Correlações de fechamento

O coeficiente de convecção presente nas Equações 3.12 e 3.18 foi calculado por meio da Equação 3.35.

$$h = \frac{Nu}{k_f D_h} \quad (3.35)$$

em que,  $D_h$  é o diâmetro hidráulico do canal de escoamento, que para o caso de canais circulares é o próprio diâmetro  $D$  do canal, e  $Nu$  é o Número de Nusselt. Este último é conhecido como coeficiente adimensional da transferência de calor por convecção, e sua determinação se dá por meio de correlações que dependem da geometria do canal, da região de desenvolvimento hidrodinâmico e térmico, e do regime do escoamento: laminar, transição ou turbulento. As correlações utilizadas foram previamente validadas com valores obtidos no software *Engineering Equation Solver* (EES). Esta validação é apresentada no Apêndice A – Seleção das equações de fator de atrito e número de Nusselt para a transferência de calor e sua implementação numérica.. Ressalta-se que foram considerados os efeitos da região de entrada hidrodinâmica e térmica, e canais lisos com seção transversal circular.

Antes de apresentar as correlações utilizadas para  $Nu$ , obtidas nas referências Nellis e Klein (2009) e Çengel e Cimbala (2011), estas dependem do fator de atrito  $f$ . O fator de atrito também é utilizado para determinar a perda de carga no trocador de calor, a qual está relacionada com o termo da dissipação viscosa na equação da energia para o fluido (Equação 3.4). A perda de carga ( $\Delta P$ ) para um canal circular é calculada pela Equação 3.36:

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho_f u^2}{2} \quad (3.36)$$

em que  $D$  é o diâmetro do canal e  $L$  é o comprimento do trocador de calor.

O fator de atrito para escoamento laminar ( $Re < 2300$ ) foi calculado de acordo com a equação proposta por Shah e London (1978):

$$\bar{f} = \frac{4}{Re_{D_h}} \left[ \frac{3,44}{\sqrt{L^+}} + \frac{1,25 + \frac{64}{4L^+} + \frac{3,44}{L^+}}{1 + \frac{0,00021}{(L^+)^2}} \right] \text{ para } Re < 2300 \quad (3.37)$$

em que, o termo  $L^+$  é o comprimento adimensional apropriado para um escoamento interno em desenvolvimento hidrodinâmico, é dado pela Equação 3.38.

$$L^+ = \frac{L}{D_h Re_{D_h}} \quad (3.38)$$

O fator de atrito médio ( $\bar{f}$ ) e o número de Reynolds  $Re_{D_h}$  são calculados baseados no diâmetro hidráulico do tubo ( $D_h = D$ ). A Equação 3.37 leva em conta o efeito da região de entrada hidrodinâmica sobre o valor do fator de atrito e, portanto, quando o escoamento laminar torna-se plenamente desenvolvido, o fator de atrito assume valores dados por:

$$f = \frac{64}{Re_{D_h}} \quad (3.39)$$

Para o escoamento turbulento ( $Re \geq 3000$ ) foi utilizada a equação para o fator de atrito proposta por Petukhov (1970):

$$f = \frac{1}{(0,790 \ln(Re_{D_h}) - 1,64)^2} \text{ para } Re \geq 3000 \quad (3.40)$$

Nos casos em que o escoamento é turbulento, em geral, despreza-se os efeitos da região de entrada, já que a mesma é muito pequena. Porém, caso ainda exista uma região em desenvolvimento hidrodinâmico, faz-se uma correção na Equação 3.40 para capturar os seus efeitos sobre o fator de atrito:

$$\bar{f} = f \left( 1 + \left( \frac{D_h}{L} \right)^{0,7} \right) \quad (3.41)$$

Já as correlações para o número de Nusselt médio leva-se em conta, primeiramente: escoamento laminar, temperatura da parede prescrita, e região de entrada hidrodinâmica. Assim,  $\overline{Nu}_{D_h,T}$  pode ser calculado pela Equação 3.42 (NELLIS e KLEIN, 2009):

$$\overline{Nu}_{D_h,T} = 3,66 + \frac{\left[ 0,049 + \frac{0,020}{Pr} \right] Gz^{1,12}}{[1 + 0,065 Gz^{0,7}]} \quad (3.42)$$

em que,  $Gz$  é o número de Graetz, dado pela Equação 3.43.

$$Gz = \frac{D_h Re_{D_h} Pr}{L} \quad (3.43)$$



Note que  $\overline{Nu}_{D_h,T} \rightarrow 3,66$  quando  $Gz \rightarrow 0$ , ou seja, para o valor característico de um escoamento laminar completamente desenvolvido e considerando a condição de temperatura da parede do tubo constante.

O número de Nusselt para o caso de escoamento turbulento foi calculado com base na correlação feita por Gnielinski (1976):

$$Nu_{D_h,f} = \left(\frac{f}{8}\right) \left(\sqrt{\frac{f}{8}}\right)^{-1} \frac{(Re_{D_h} - 1000)Pr}{1 + 12,7(Pr^{2/3} - 1)} \quad (3.44)$$

Para o escoamento na região de transição ( $2300 \leq Re < 3000$ ), diversos estudos ainda vêm sendo desenvolvidos para se encontrar correlações para o fator de atrito e para o número de Nusselt semelhantes às aquelas para o regime laminar e turbulento (TAM e GHAJAR, 2006; EVERTS e MEYER, 2017; TAM e GHAJAR, 1994; MEYER e LIEBENBERG, 2009). Porém, uma forma simples de calcular o fator de atrito e o número de Nusselt para escoamentos na região de transição, é por meio de uma média ponderada entre as equações dos escoamentos laminar e turbulento, conforme as Equações 3.45 e 3.46. Este procedimento também foi comparado e validado com dados do EES (Apêndice A – Seleção das equações de fator de atrito e número de Nusselt para a transferência de calor e sua implementação numérica.).

$$f = f_L + \frac{(Re - Re_L)}{(Re_T - Re_L)} (f_T - f_L) \quad (3.45)$$

$$Nu = Nu_L + \frac{(Re - Re_L)}{(Re_T - Re_L)} (Nu_T - Nu_L) \quad (3.46)$$

Nestas, os subscritos  $L$  e  $T$  se referem aos valores calculados com as equações para escoamento laminar e turbulento, respectivamente.

### 3.4.7 Determinação das propriedades termofísicas e magnéticas dos materiais utilizados

As propriedades para o sólido e o fluido de trabalho são dados de entrada para o cálculo da transferência de calor, do efeito magnetocalórico, do fator de desmagnetização, e da força magnética. Porém, devido a sua dependência com a temperatura e, em alguns casos, com o campo interno resultante, a cada iteração as propriedades devem ser atualizadas.

Como citado na Seção 3.1, o material magnético de trabalho selecionado foi o Gd. Devido à indisponibilidade de dados, algumas propriedades do Gd foram consideradas constantes, conforme apresenta a Tabela 3.1 (PETERSEN *et al.*, 2008). Esta simplificação é usual em modelos matemáticos de regeneradores magnético ativos validados (ENGELBRECHT, 2004; TREVIZOLI, 2015; NIELSEN *et al.*, 2009).

Tabela 3.1 – Propriedades termofísicas do Gd consideradas constantes nas simulações.

Propriedade Física	Gadolínio (Gd)
Densidade – $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7900
Condutividade térmica – $k$ [W/mK]	10

Fonte: o autor.

Outras propriedades que são necessárias para a resolução do problema, como o calor específico do sólido, magnetização e a variação de entropia, estas são funções tanto da temperatura do material quanto da densidade de fluxo magnético. Neste trabalho foram utilizados dados experimentais disponibilizados por Lozano *et. al.* (2014), as quais estão disponibilizadas para densidades de fluxo magnético de 0 até 1,15 T (com variação de 0,01 T) e para temperaturas de 260 K até 305 K (com variação de 0,1 K).

Para cada valor de temperatura e campo aplicado em um dado elemento de volume do TCM, foi necessário realizar uma interpolação bilinear dos dados disponíveis para se obter o valor da propriedade desejada: calor específico, magnetização e a variação de entropia. A interpolação bilinear é apresentada genericamente na Equação 3.47. Os coeficientes  $i$  e  $j$  indicam os menores valores mais próximos na tabela do valor de densidade de fluxo magnético e temperatura que se deseja realizar a interpolação e  $Y$  se refere a qualquer uma das propriedades de interesse.

$$Y(B, T) = (1 - \alpha)(1 - \beta)Y_{i,j} + \alpha(1 - \beta)Y_{i+1,j} + (1 - \alpha)\beta Y_{i,j+1} + \alpha\beta Y_{i+1,j+1} \quad (3.47)$$

Nesta,  $\alpha$  e  $\beta$  são dadas pelas Equações 3.48 e 3.49.

$$\alpha = \frac{B - B_i}{B_{i+1} - B_i} \quad (3.48)$$

$$\beta = \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \quad (3.49)$$

sendo que  $B$  e  $T$ , sem os subscritos, indicam os valores de densidade de fluxo e temperatura nos quais se deseja saber o valor da propriedade. Por exemplo, para a magnetização, a Equação 3.47 ficaria:

$$M(B, T) = (1 - \alpha)(1 - \beta)M_{i,j} + \alpha(1 - \beta)M_{i+1,j} + (1 - \alpha)\beta M_{i,j+1} + \alpha\beta M_{i+1,j+1} \quad (3.50)$$

O fluido de trabalho utilizado foi uma mistura água e etilenoglicol, conforme já citado na Seção 3.1, com uma composição de 80%-20% em volume. As temperaturas das fontes quente e fria são, respectivamente, 305 K e 264 K. As propriedades termofísicas para essa mistura foram obtidas do catálogo da MEGlobal (2008).

### 3.3.5 Modelagem e implementação da Minimização de Entropia Gerada (MEG)

Em qualquer sistema térmico real, os processos envolvidos sempre estão associados a perdas e irreversibilidades. A segunda lei da termodinâmica diz que a variação de entropia em qualquer processo real possui uma parcela reversível e outra irreversível (CALLEN, 1985; BEJAN, 1996):

$$\frac{dS}{dt} = \left. \frac{dS}{dt} \right|_{rev} + \dot{S}_g \quad (3.51)$$

sendo  $\dot{S}_g$  a taxa de entropia gerada. Em um processo ideal  $\dot{S}_g = 0$ , ao passo que para os reais  $\dot{S}_g > 0$ . Portanto, um sistema térmico pode ser otimizado, ou seja, aproximar-se de um sistema ideal, fazendo-se  $\dot{S}_g$  tender a zero.

Um trocador de calor trata-se de um sistema térmico, e suas fontes de irreversibilidades estão relacionadas à transferência de calor com diferença finita de temperatura ( $\dot{S}_{g,\Delta T}$ ) e à dissipação viscosa ( $\dot{S}_{g,\Delta P}$ ). A troca de calor nestes sistemas pode ser entendida simplificada como (BEJAN, 1996):

$$\dot{Q} = UA\Delta T \quad (3.52)$$

em que  $UA$  é a condutância térmica do trocador de calor ( $U$  é o coeficiente global de transferência de calor e  $A$  é a área de troca de calor). Logo, para reduzir  $\dot{S}_{g,\Delta T}$ , deve-se maximizar  $UA$  de modo que  $\Delta T \rightarrow 0$ . Isto pode ser obtido por meio do aumento da vazão de escoamento para intensificar a transferência de calor ( $U$ ) ou restringindo a geometria para

aumentar  $A$ . Porém, ambos os caminhos resultam em maiores perdas viscosas, ou seja, ao reduzir-se  $\dot{S}_{g,\Delta T}$  aumenta-se  $\dot{S}_{g,\Delta P}$ . Devido aos comportamentos opostos, ao se somar  $\dot{S}_{g,\Delta T}$  e  $\dot{S}_{g,\Delta P}$ , dada uma geometria e condição de operação, a entropia gerada total será minimizada, e esta condição representaria um trocador de calor otimizado. Neste contexto, o método da Minimização de Entropia Gerada (MEG) proposto por Bejan (1996) pode ser aplicado para otimizar o TCM proposto neste trabalho.

Para o TCM, a entropia total gerada se dá pela Figura Figura 3.10: (i) transferência de calor intersticial com diferença finita de temperatura entre as fases sólido e o fluido; (ii) transferência de calor por condução axial, tanto no fluido como no sólido; e (iii) dissipação viscosa. Porém, as perdas por desmagnetização não estão relacionadas à geração de entropia, mas, principalmente, a um menor valor de magnetização<sup>1</sup>. Conseqüentemente, resulta-se em uma menor força magnética, impactando no desempenho termodinâmico do motor. Além disso, como o Gd trata-se de um MM com transição de segunda ordem, o mesmo não possui histereses térmicas ou magnéticas. Logo, os processos de magnetização e desmagnetização, bem como aquecimento e resfriamento, são reversíveis<sup>2</sup> (TREVIZOLI *et al.*, 2016; BREY *et al.*, 2014).

A taxa variação de entropia no volume de controle da Figura Figura 3.10 é dado pela Equação 3.53, que é a soma da taxa da variação da entropia do fluido e do sólido (TREVIZOLI, 2015; STEIJAERT, 1999).

$$\left. \frac{dS}{dt} \right|_{VC} = \left. \frac{dS}{dt} \right|_f + \left. \frac{dS}{dt} \right|_s \quad (3.53)$$

Abrindo os termos o lado direito da Equação 3.53 em suas respectivas parcelas, chega-se à Equação 3.54.

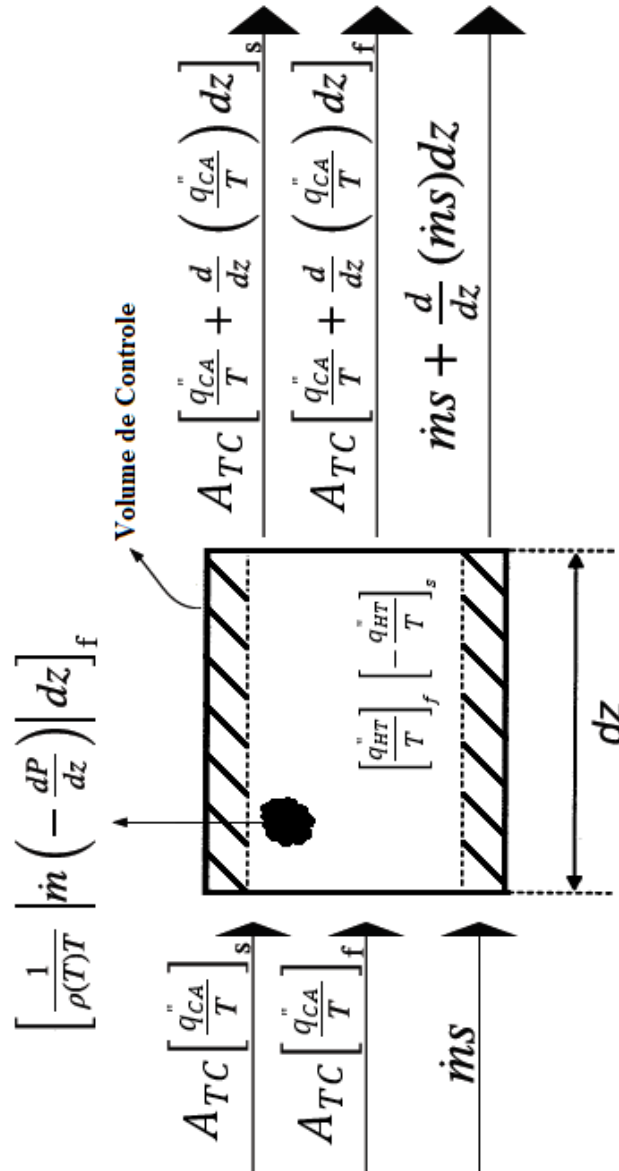
$$\left. \frac{dS}{dt} \right|_{VC} = -A_{TC} \left[ \frac{d}{dz} \left( \frac{q_{CA}''}{T} \right) dz \right]_f - A_{TC} \left[ \frac{d}{dz} \left( \frac{q_{CA}''}{T} \right) dz \right]_s + \dot{m} \frac{ds}{dz} dz + S_g''' A_{TC} dz \quad (3.54)$$

<sup>1</sup> As demais propriedades do MM também são impactadas pelo campo desmagnetizante interno. Porém, elas estão relacionadas aos processos de troca de calor e ao EMC no sistema, impactando no processo de transferência de calor, ou seja, em  $\dot{S}_{g,\Delta T}$ .

<sup>2</sup> Caso um MM com transição de primeira ordem fosse utilizado, as histereses térmica e magnética estão associadas a processos irreversíveis e, portanto, deve-se computar a entropia gerada por cada uma delas.

em que, os dois primeiros termos se referem à condução axial no fluido e no sólido, respectivamente, o terceiro termo relaciona-se com o fluxo de massa no volume de controle e o último é o termo de geração de entropia no volume de controle.

Figura 3.10 – Fluxo de entropia em um volume elementar.



Fonte: adaptado de (TREVIZOLI, P. V., 2015).

Considerando a taxa de variação de entropia somente para o sólido de material magnético, tem-se a Equação 3.55.

$$\left. \frac{dS}{dt} \right|_s = -\frac{A_{TC}}{T_s} \left[ \frac{dq_{CA}''}{dz} dz \right]_s - \frac{q_{HT}''}{T_s} A_{TC} dz \quad (3.55)$$

Nesta não há o termo de geração uma vez que os processos de magnetização e desmagnetização são reversíveis, como já mencionado anteriormente. Os termos de condução axial e troca térmica para o sólido são apresentados nas Equações 3.56 e 3.57, respectivamente.

$$q_{CA}'' = -k_s^{eff} \left. \frac{dT}{dz} \right|_s \quad (3.56)$$

$$q_{HT}'' = h(z)\beta(T_s - T_f) \quad (3.57)$$

Na Equação 3.56,  $k_s^{eff}$  é a condutividade térmica efetiva do sólido. Na Equação 3.57,  $\beta$  é um fator envolvendo a área de troca térmica com o volume ( $\beta = A_{TC}/V$ ). Agora, considerando a taxa de variação de entropia do fluido, tem-se a Equação 3.58.

$$\left. \frac{dS}{dt} \right|_f = -\frac{A_{TC}}{T_f} \left[ \frac{dq_{CA}''}{dz} dz \right] + \frac{q_{HT}''}{T_f} A_{TC} dz + \dot{m} \frac{ds}{dz} dz + \frac{1}{\rho_f(T)T_f} \left| \dot{m} \left( -\frac{dP}{dz} \right) \right| dz \quad (3.58)$$

Nesta,  $\dot{m}$  é a vazão mássica do fluido. Diferentemente do sólido, o fluido tem um termo de geração proveniente da dissipação viscosa. A equação para a troca térmica  $q_{HT}''$  entre sólido e fluido é a mesma para a Equação 3.61. Para a condução axial, tem-se a Equação 3.59.

$$q_{CA}'' = -(k_f^{eff} + \rho_f(T)c_{p,f}(T)D_{||}) \left. \frac{dT}{dz} \right|_s \quad (3.59)$$

onde  $k_f^{eff}$  é a condutividade térmica efetiva do fluido e  $D_{||}$  é a dispersão térmica longitudinal.

Substituindo as Equações 3.55 e 3.58 na Equação 3.53, juntamente com as definições dos fluxos de calor (Equações 3.56, 3.57 e 3.59), tem-se a Equação 3.60 para a entropia gerada no sistema por unidade de volume.

$$S_g''' = \frac{h(z)\beta(T_s - T_f)^2}{T_s T_f} + \frac{(k_f^{eff} + \rho_f(T)c_{p,f}(T)D_{||})}{T_f^2} \left( \left. \frac{dT}{dz} \right|_f \right)^2 + \frac{k_s^{eff}}{T_s^2} \left( \left. \frac{dT}{dz} \right|_s \right)^2 + \frac{1}{T_f} \left| u \left( -\frac{dP}{dz} \right) \right| \quad (3.60)$$

sendo o primeiro termo a entropia gerada devido à transferência de calor intersticial com diferença finita de temperatura entre as fases sólido e o fluido, o segundo e terceiros termos a entropia gerada devido condução axial no fluido como no sólido, respectivamente; e o quarto termo a entropia gerada devido à dissipação viscosa. A geração média de entropia por ciclo é dada pela Equação 3.61.

$$S_g = A_{TC} \int_0^L \int_0^\tau S_g''' dt dz \quad (3.61)$$

em que,  $S_g$  é a função entropia gerada que deve ser minimizada para encontrar-se os parâmetros geométricos e operacionais otimizados para o TCM proposto.

### 3.3.6 Algoritmo de solução

Com estas informações em mãos, um algoritmo iterativo pôde ser implementado para obter as soluções para as temperaturas nos volumes do MVF com as equações da energia para o sólido e o fluido acopladas. Um fluxograma de funcionamento do algoritmo é mostrado na Figura Figura 3.11. Como pode ser visto, dentro do ciclo global de convergência da resposta, há quatro subciclos iterativos, que definem em qual etapa do processo o TCM se encontra: deslocamento para a região de alto campo magnético, aquecimento, deslocamento para a região de baixo campo magnético e resfriamento.

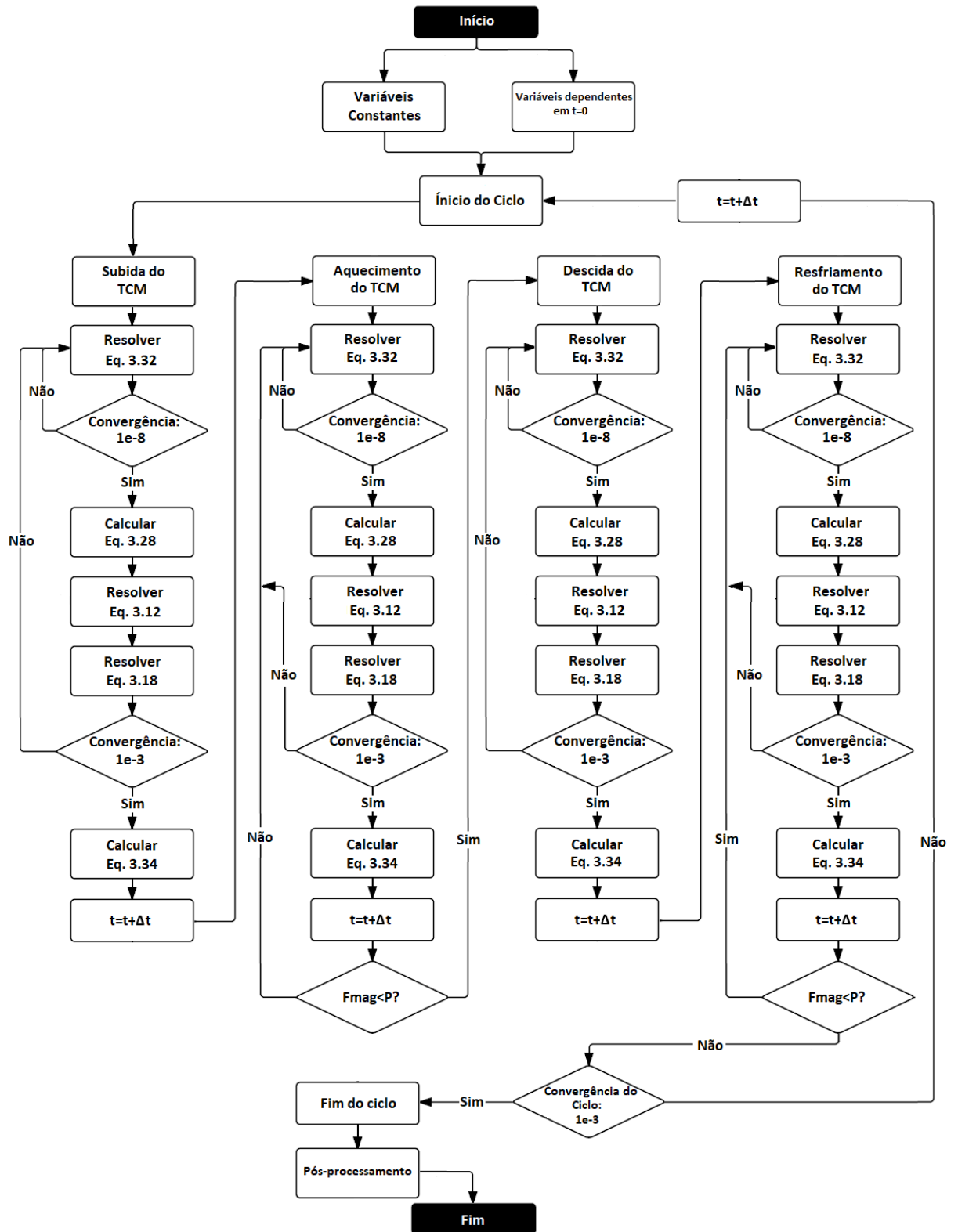
Dentro de cada um destes subciclos, há duas condições de convergência que devem ser alcançadas: para o campo resultante interno e para as temperaturas no TCM. O ciclo iterativo envolvendo o campo resultante interno depende tanto da temperatura quanto do próprio campo resultante. Sendo assim, há a necessidade de uma estimativa inicial para ambos os valores. O primeiro, por sua vez, é considerado como as temperaturas convergidas para os volumes no tempo anterior e, para o segundo, como o campo magnético externo sendo aplicado sobre o TCM. O ciclo é finalizado quando o erro entre dois valores de campo consecutivos é menor do que  $10^{-8}$  T. Com o valor da estimativa inicial das temperaturas, as propriedades termofísicas da mistura água-etilenoglicol para uso no cálculo das novas temperaturas no instante de tempo atual. São calculados as correlações de fechamento do problema, e então são resolvidas as Equações 3.12 e 3.18, pelo método TDMA, obtendo-se assim as novas temperaturas. Caso o erro entre as temperaturas seja maior do que  $10^{-3}$ , esta temperatura passa a ser a nova estimativa, e recalcula-se novamente as temperaturas. Este processo acontece até a convergência ser satisfeita.

Em todos os subciclos, o que define o seu início ou final são dois parâmetros: a posição do TCM e o balanço de forças sobre ele, conforme a Equação 3.34. Se  $F_R > 0$  e  $pos = pos_{inferior}$ , inicia-se o subciclo de subida do TCM. Neste, é determinada a nova posição ( $pos = pos_{superior}$ ). Quando as condições  $F_R > 0$  e  $pos = pos_{superior}$  são satisfeitas, o subciclo de aquecimento é acionado. Ao final de cada valor convergido para as temperaturas, o balanço de forças é verificado. Se  $F_R < 0$  e  $pos = pos_{superior}$ , passa-se para o subciclo de

descida do TCM, e então a nova posição é determinada ( $pos = pos_{inferior}$ ). Quando as condições  $F_R < 0$  e  $pos = pos_{inferior}$ , o subciclo de resfriamento é acionado. O processo de verificação é o mesmo que para o aquecimento. Quando  $F_R > 0$  e  $pos = pos_{inferior}$ , o ciclo retorna para a subida do TCM. Isto acontece até a convergência do ciclo, que tem como critério um erro menor ou igual a  $10^{-3}$  K entre dois ciclos de temperatura consecutivos. Após a convergência, há uma etapa de pós-processamento, na qual são determinados os valores da entropia gerada, trabalho líquido realizado, potência, perfil de temperatura, magnetização e força no TCM e tempo do ciclo convergido, necessários para se realizar a análise do modelo.



Figura 3.11 – Fluxograma do funcionamento geral do *solver*.



Fonte: o autor.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados obtidos utilizando a metodologia apresentada na Seção 3. São analisados o campo magnético gerado pelo circuito magnético, a importância do EMC e das perdas por desmagnetização, e os resultados da otimização do TCM por meio da minimização da entropia gerada.

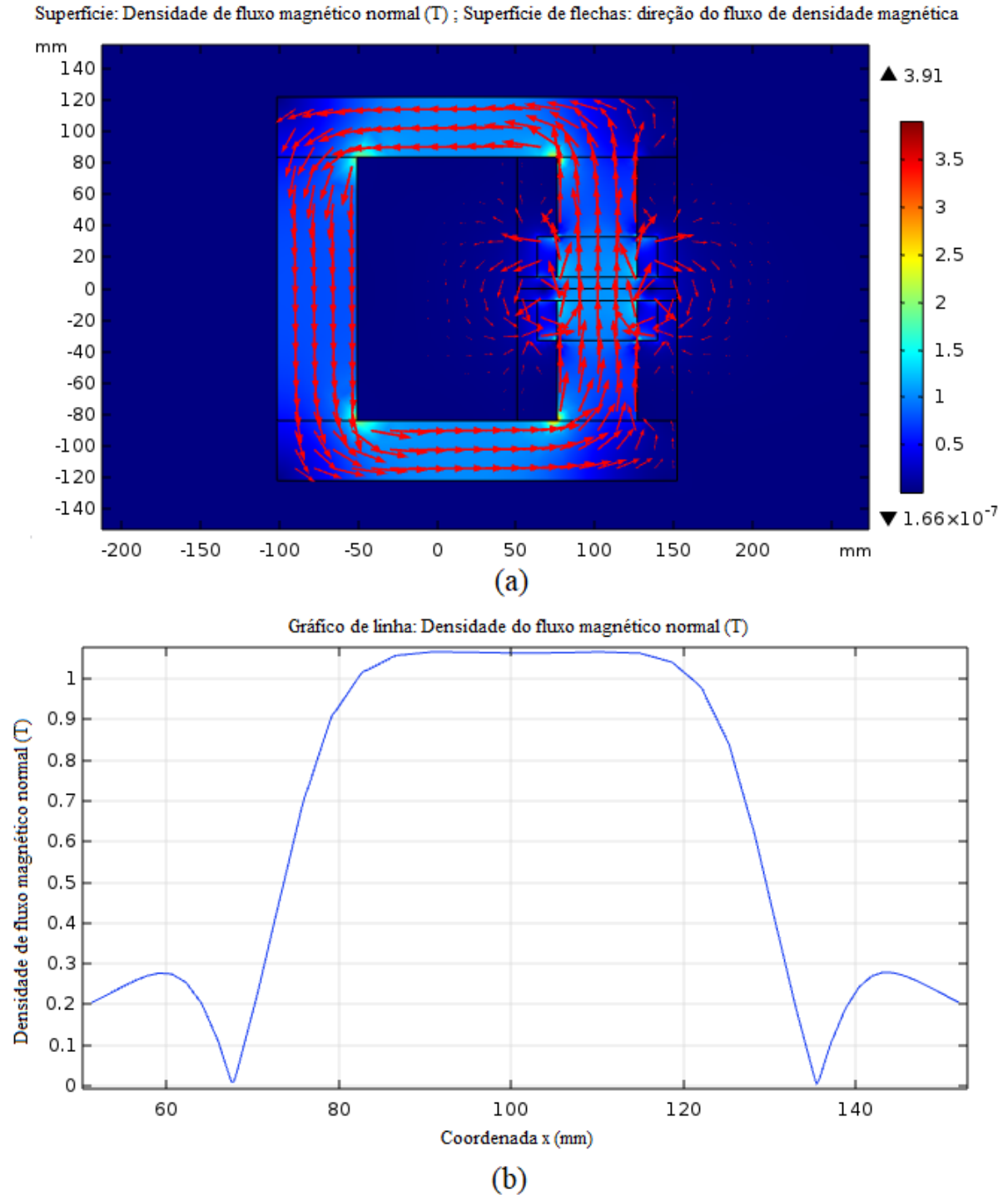
### 4.1 Simulação do campo magnético

Os resultados da simulação bidimensional do circuito magnético podem ser vistos na Figura 4.1. Em (a) apresenta-se a distribuição da densidade de fluxo magnético no plano  $xy$ . As setas vermelhas indicam a direção do fluxo magnético no gerado no circuito. Essa direção é obtida por meio da definição da direção de remanência dos ímãs, enquanto as linhas de campo se distribuem, preferencialmente, no material ferromagnético mole devido à sua alta permeabilidade relativa. Uma análise visual da Figura 4.1(a) mostra que existem pontos de concentração de campo, chegando a valores acima de 3 T, devido a presença de cantos vivos na geometria desenhada para a simulação. Já no *gap*, que é a região de interesse, a densidade de fluxo magnético chega ao valor máximo de, aproximadamente, 1,01 T, conforme pode ser observado na Figura 4.1(b). Nesta, é possível verificar o perfil do campo magnético ao longo da direção  $x$ . Observa-se também a existência de um campo residual para fora da região de interesse, e que possui direção oposta ao campo magnético no *gap* (melhor visualizado na Figura 4.2). O campo residual é originado devido a presença dos ímãs concentradores, os quais criam regiões de recirculação de campo magnético, resultantes da conservação do fluxo magnético. Os concentradores são utilizados para para concentrar o homogeneizar a distribuição do fluxo magnético na região do *gap*. Uma análise mais detalhada pode ser feita por meio da simulação tridimensional.

Os resultados da simulação tridimensional podem ser vistos nas Figura 4.2, Figura 4.3 e Figura 4.4. As Figura 4.2 e Figura 4.3, mostram a distribuição da densidade de fluxo magnético no planos  $xy$  e  $yz$ , respectivamente. Novamente, as setas vermelhas indicam a direção do fluxo magnético. Já a Figura 4.4, que mostra o perfil do campo magnético ao longo do eixo  $z$ , na região central do *gap*, como explicado na seção 3.2. Analisando as Figura 4.2 e Figura 4.3, é possível visualizar que a densidade de fluxo magnético está ao redor de 1T, fato

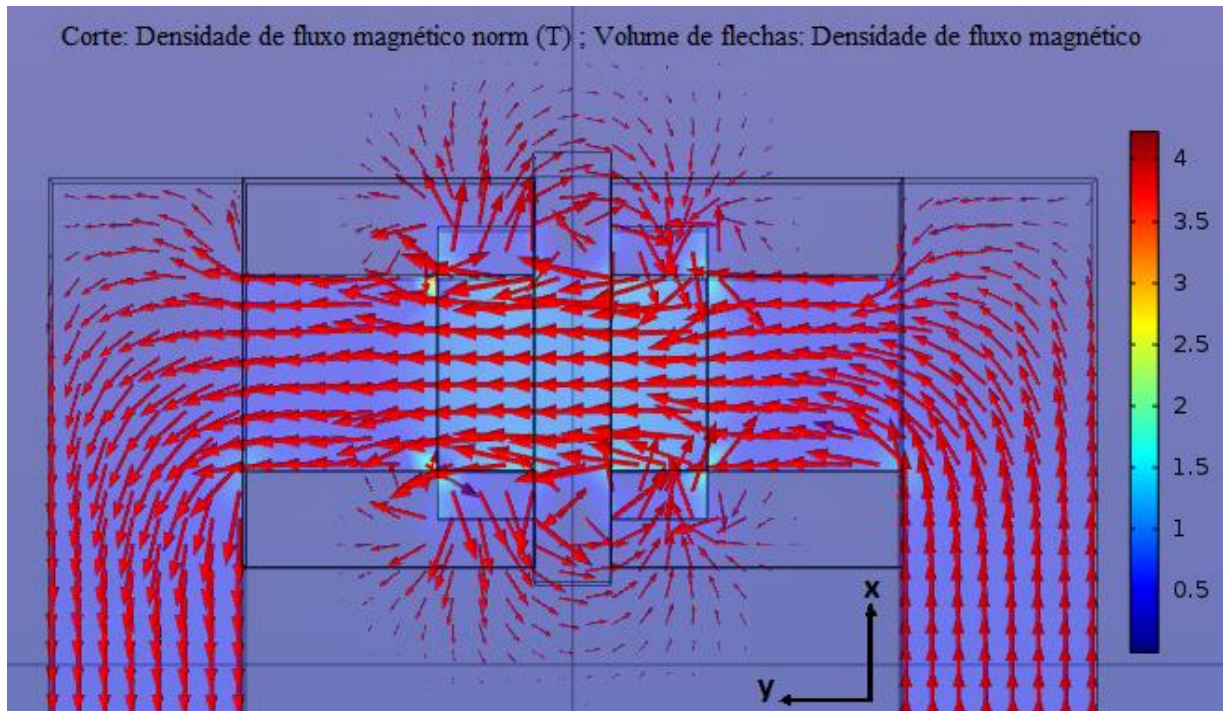
que é confirmado na Figura 4.4. O valor de máximo obtido nas simulações 3D foi de 0,97 T, ou seja, um pouco abaixo do observado nas simulações 2D.

Figura 4.1 – Resultados da simulação bidimensional: (a) Linhas de densidade de fluxo magnético; (b) distribuição da densidade de fluxo na direção x na região do cendo do *gap*.



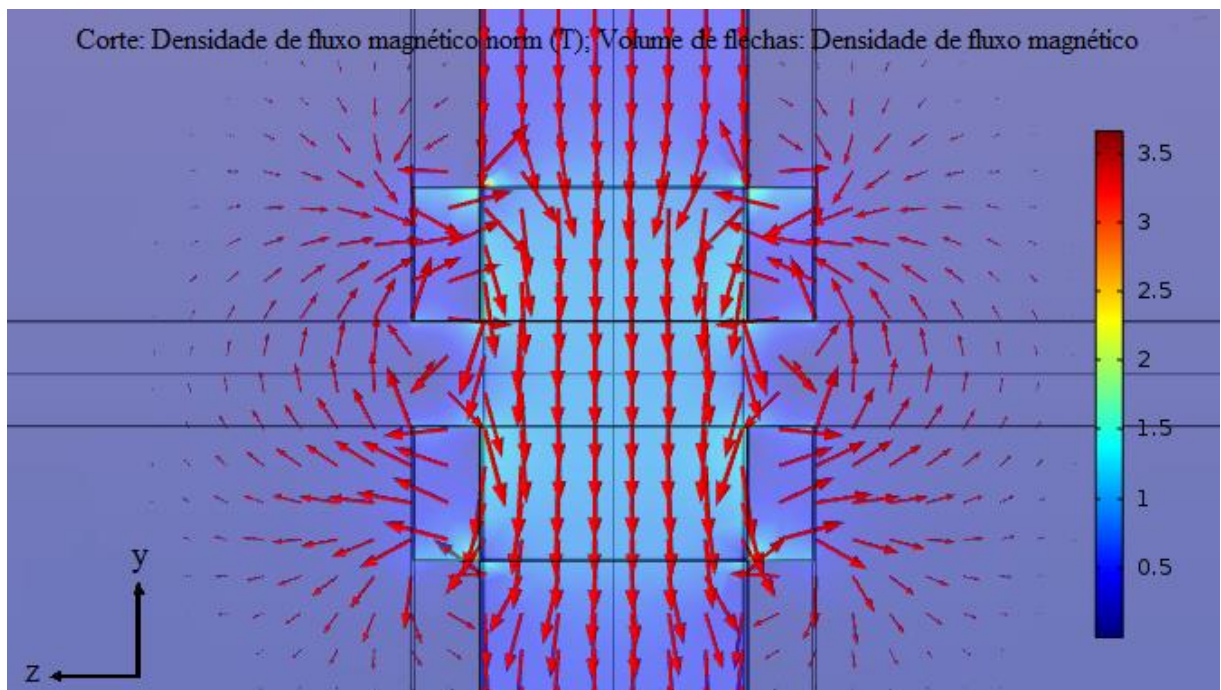
Fonte: o autor.

Figura 4.2 – Resultado da simulação tridimensional no plano xy.



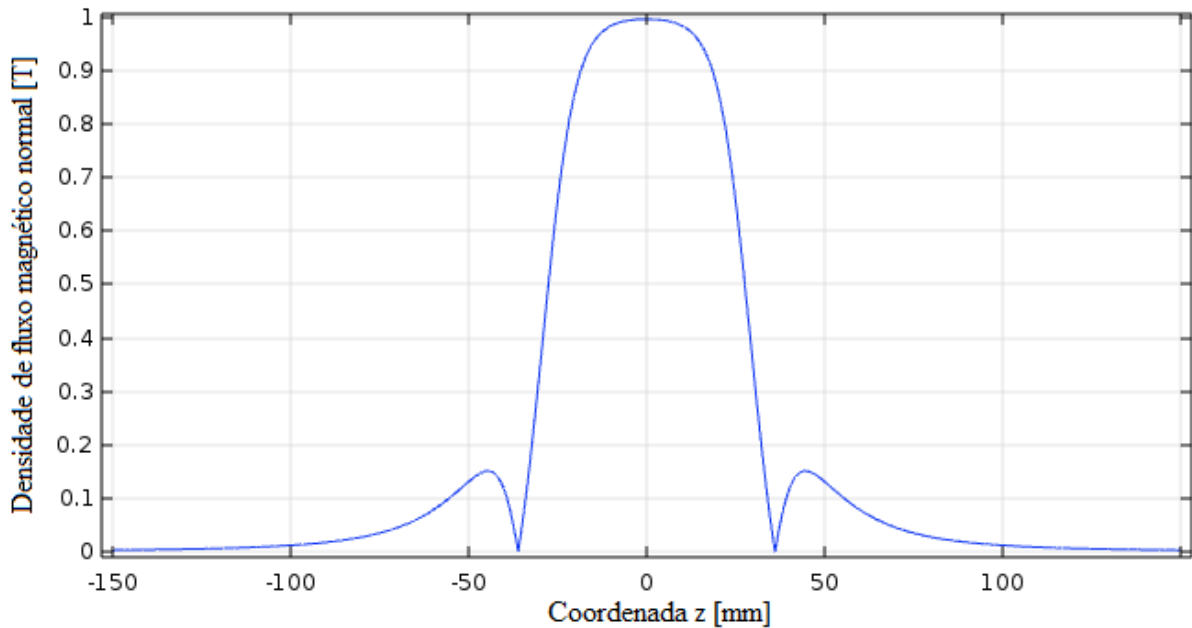
Fonte: o autor.

Figura 4.3 – Resultado da simulação tridimensional no plano yz.



Fonte: o autor.

Figura 4.4 – Perfil do campo magnético na linha central traçada no eixo z, no centro do *gap*.



Fonte: o autor.

Na Figura 4.4,  $z = 0$  é o ponto de referência que se localiza no centro do *gap*, na região em que estão sendo medida a densidade de fluxo magnético. O *gap* nesta direção tem extensão de  $z = \pm 44,45$  mm. Também é possível verificar com mais detalhes o perfil do campo residual fora da região do *gap*, ou região de baixo campo, ( $z < -44,45$  mm e  $z > 44,45$  mm). Nesta região, o valor máximo observado foi de aproximadamente 0,16 T.

Com os dados obtidos da curva da Figura 4.4, foi possível obter a Equação 4.1, por meio de uma regressão linear, na qual  $z$  é a distância em relação à origem. Esta curva foi posteriormente implementada no modelo matemático.

$$B(z) = \begin{cases} \frac{(0,996967007 - 0,04382637z + 0,000449669z^2)}{(1 - 0,04312206z + 0,000363497z^2 + 0,00000820715z^3)}, & \text{para } 0 \leq z \leq 36 \\ \frac{(-0,00666865 + 0,001794114z^{0,5} + 0,00000480273z^{1,5})}{(1 - 0,60211228z^{0,5} + 0,137800275z - 0,01424237z^{1,5} + 0,000562994z^2)}, & \text{para } z > 36 \end{cases} \quad (4.1)$$

## 4.2 Estudo de Malha

Um dos primeiros passos para avaliar a validade e a qualidade do resultado de uma simulação é o estudo e verificação da independência do resultado numérico em relação às malhas espacial e temporal. Baseado neste estudo defini-se, posteriormente, quais serão os comprimentos dos elementos ( $\Delta z$ ) e incrementos de tempo ( $\Delta t$ ) que resultam em pequenas

incertezas quanto ao resultado numérico atreladas a um menor custo computacional. Foram analisadas diferentes composição de malhas: (a) mantendo o  $\Delta t$  fixo em 0,05 s e variando-se a quantidade de volumes; (b) mantendo o número de volumes fixo em 1500 e variando-se o incremento de tempo. Os resultados obtidos para o estudo de malha são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Resultados do estudo de malha.

Malha espacial - $\Delta t = 0,05$ s			Malha temporal – 1500 volumes		
Volumes	Força magnética média [N]	Tempo de simulação [s]	Incremento de tempo	Força magnética média [N]	Tempo de simulação [s]
100	136,0529	120	2	195,3370	300
200	140,8487	180	1	169,1679	360
400	143,0872	480	0,5	156,3293	380
600	144,1013	840	0,25	150,0596	540
800	144,6074	900	0,1	146,4947	1020
1000	145,0057	1320	0,075	145,7686	1260
1250	145,0567	1740	0,05	145,5257	2100
1500	145,5257	2100	0,025	144,6904	5880
1750	144,6163	2340	0,0125	144,4064	10500
2000	144,8827	2520	-	-	-
2500	145,2620	3540	-	-	-
3000	145,2981	4020	-	-	-

Fonte: o autor.

Para a malha espacial, comparando os valores de 1500 com 3000 volumes, há uma diferença na força magnética média de 0,16% e uma diferença no tempo de simulação de 1920 s. Já para a malha temporal, comparando os valores de 0,05 e 0,0125 s para o *time step*, há uma diferença no valor da força magnética média de 0,78% e 8760 s no tempo de simulação. Portanto, a malha espacial com 1500 volumes e a malha temporal com incrementos de tempo de 0,05 s foram avaliadas como aceitáveis do ponto de vista da independência do resultado numérico em relação às malhas, demandando menor custo computacional.

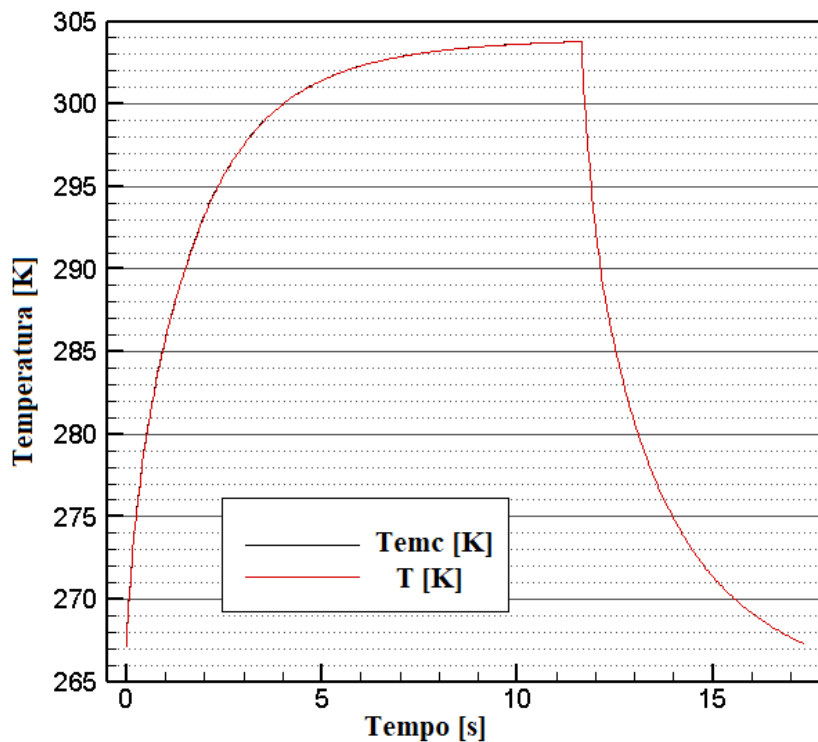
### 4.3 Influência do EMC e das perdas por desmagnetização

Uma breve discussão é feita sobre a importância da implementação das perdas por campo desmagnetizante interno e do EMC na dinâmica térmica do trocador de calor e seus efeitos sobre a força e potência produzidas no ciclo. Para realizar esta análise, três volumes da malha espacial foram selecionados: os volumes 1, 750 e 1500. A vazão utilizada foi de 1 L/min, e o TCM possui 20 canais com diâmetro de 1mm. A comparação é feita entre duas simulações convergidas: uma considerando o efeito em estudo, e na outra o mesmo é desconsiderado.

#### 4.3.1 Análise da implementação do EMC

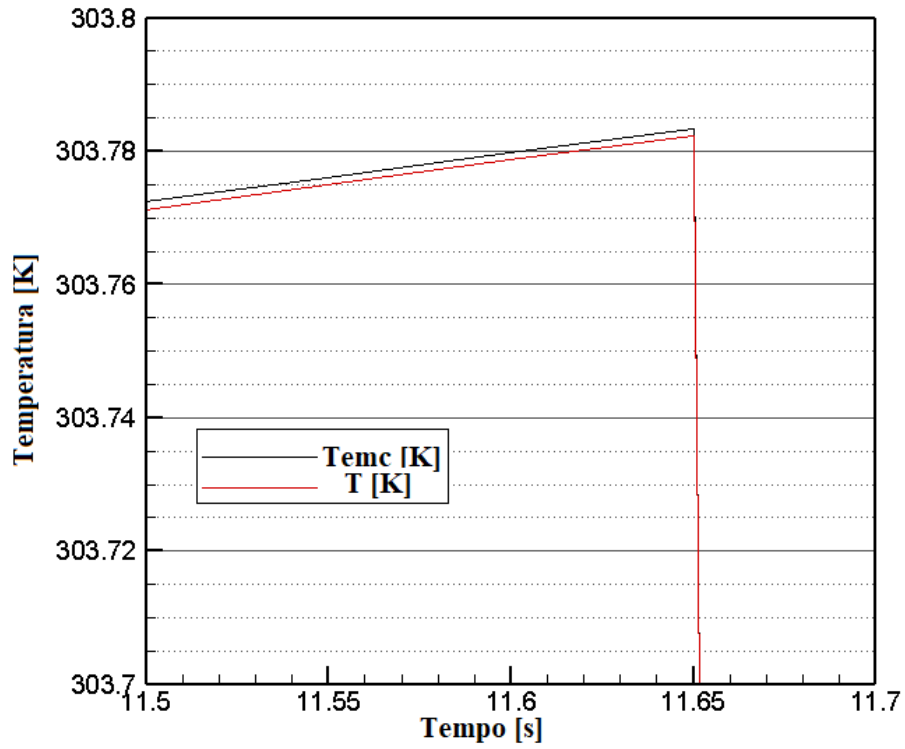
Na Figura 4.5, Figura 4.7 e Figura 4.9 apresentam-se a evolução da temperatura no sólido magnético em função do tempo para os três volumes em análise, enquanto a Figura 4.6, Figura 4.8 e Figura 4.10, é o zoom no intervalo de tempo que compreende ao final do período de aquecimento, de modo a fazer uma melhor apreciação das diferenças entre os casos considerando ( $T_{emc}$ ) e desconsiderando (apenas  $T$ ) o EMC.

Figura 4.5 – Ciclo da temperatura convergida do volume 1 para avaliação do EMC.



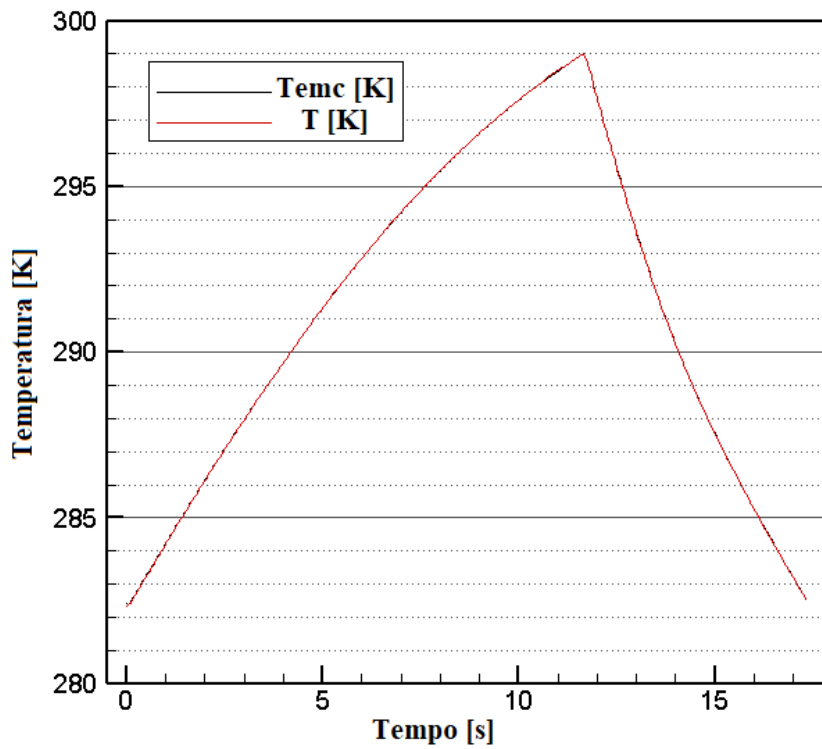
Fonte: o autor.

Figura 4.6 – Zoom no ciclo da temperatura convergida do volume 1 para avaliação do EMC.



Fonte: o autor.

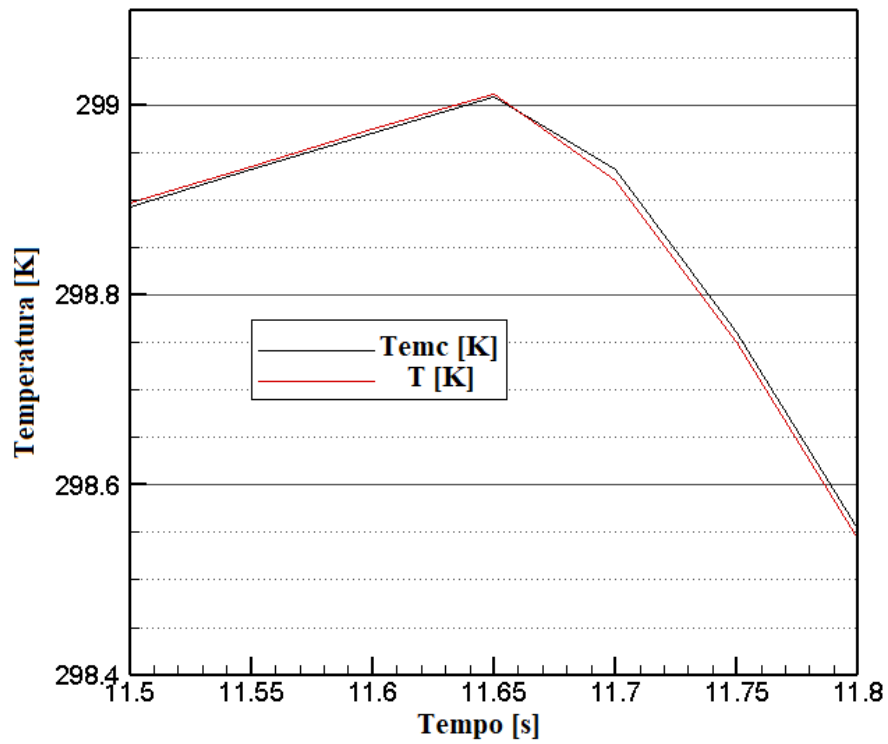
Figura 4.7 – Ciclo da temperatura convergida do volume 750 para avaliação do EMC



Fonte: o autor.

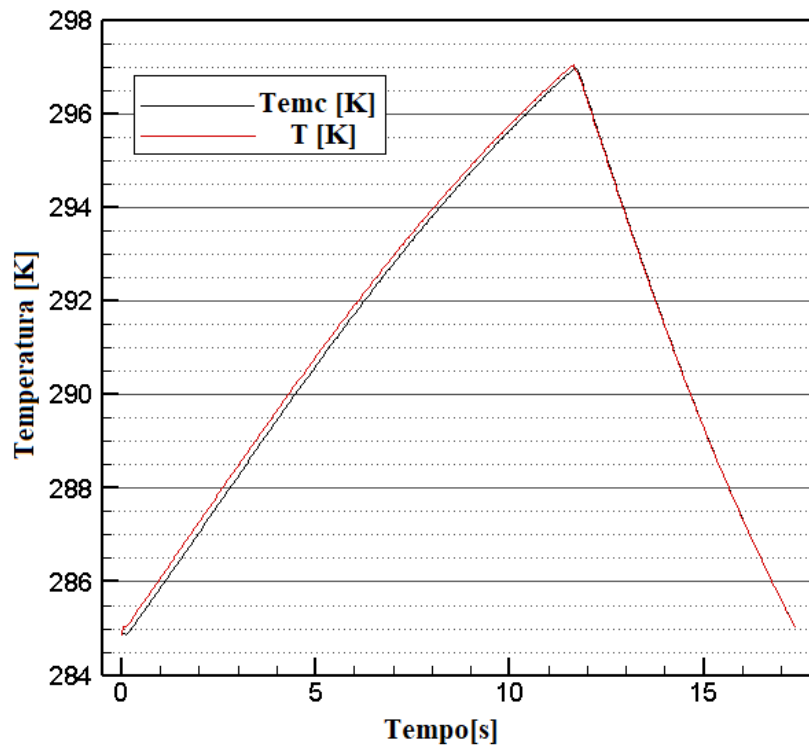


Figura 4.8 – Zoom no ciclo da temperatura convergida do volume 750 para avaliação do EMC.



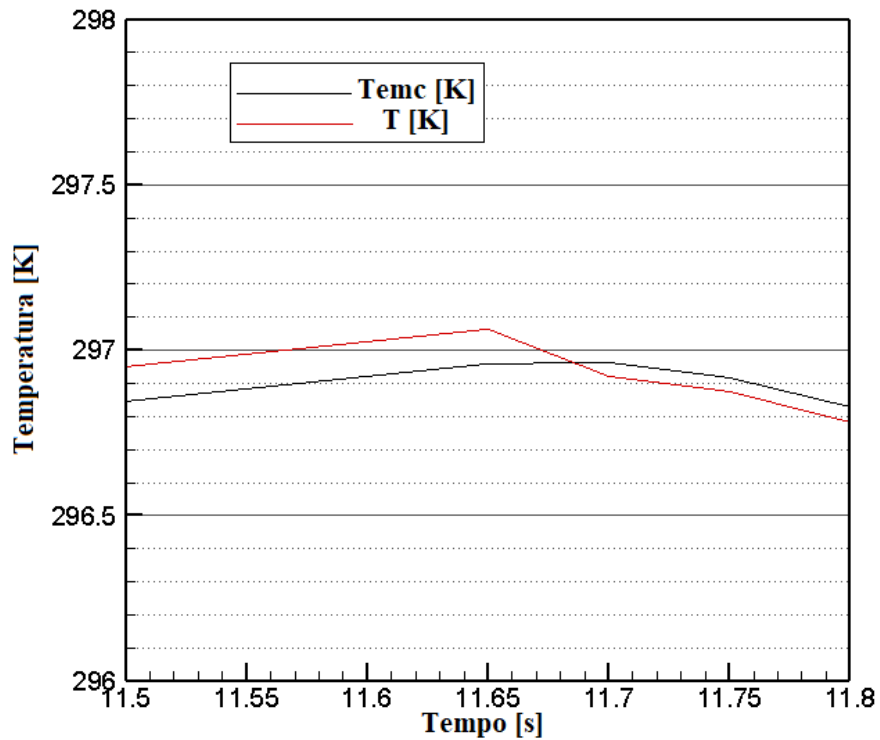
Fonte: o autor.

Figura 4.9 – Ciclo da temperatura convergida do volume 1500 para avaliação do EMC



Fonte: o autor.

Figura 4.10 – Zoom no ciclo da temperatura convergida do volume 1500 para avaliação do EMC.

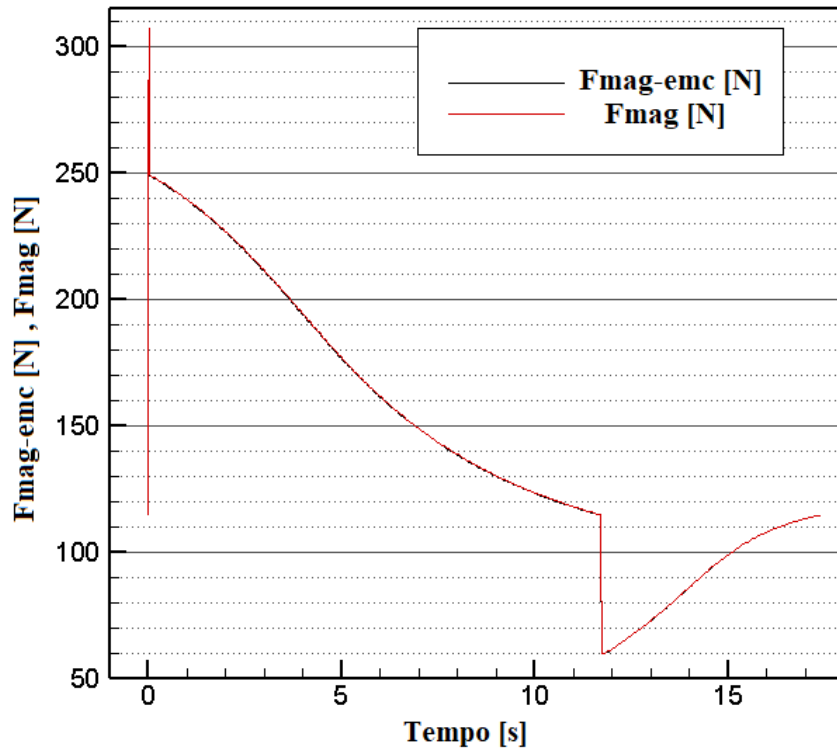


Fonte: o autor.

Comparando os três casos, o volume 1 é onde o efeito é o menos perceptível. Isso acontece uma vez que, apesar do deslocamento linear do trocador de calor, este volume nunca sai por completo da região de alto campo. Isso resulta em uma menor variação da densidade de fluxo sendo aplicada neste volume e, por consequência, o EMC também é baixo. Nos outros dois volumes o efeito é um pouco mais acentuado, como pode ser visto na Figura 4.8 e Figura 4.10.

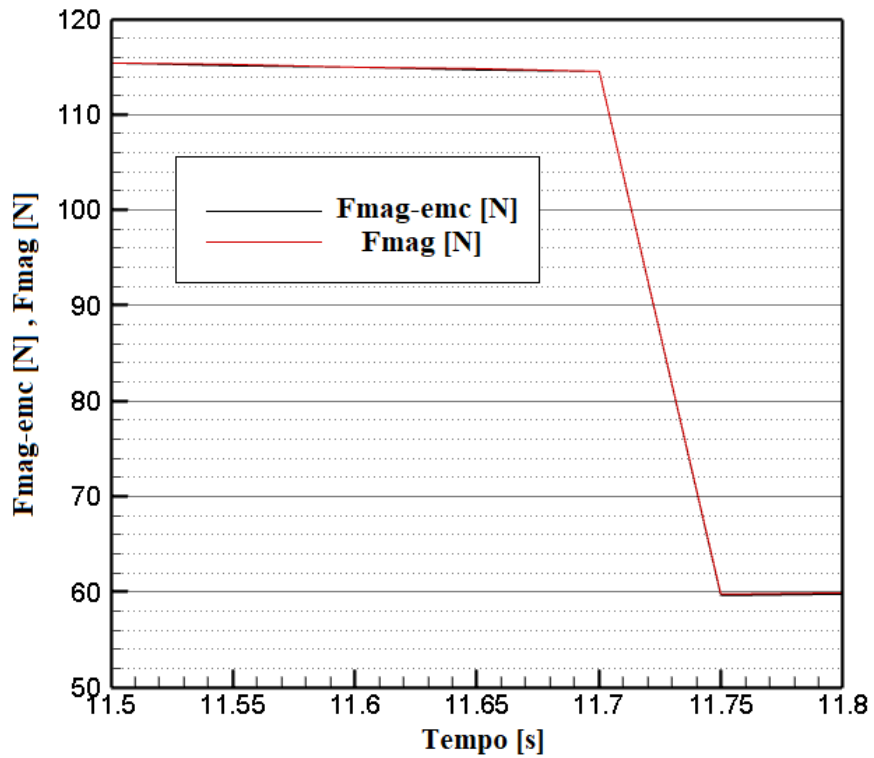
Um gráfico do perfil da força magnética, com e sem a implementação do EMC, e uma ampliação na região ao final do aquecimento, são mostrados na Figura 4.11 e Figura 4.12.

Figura 4.11 – Perfis da força magnética com EMC implementado (Fmag) e não implementado (Fmag-emc).



Fonte: o autor.

Figura 4.12 – Ampliação na região do final do aquecimento do perfil de força magnética.



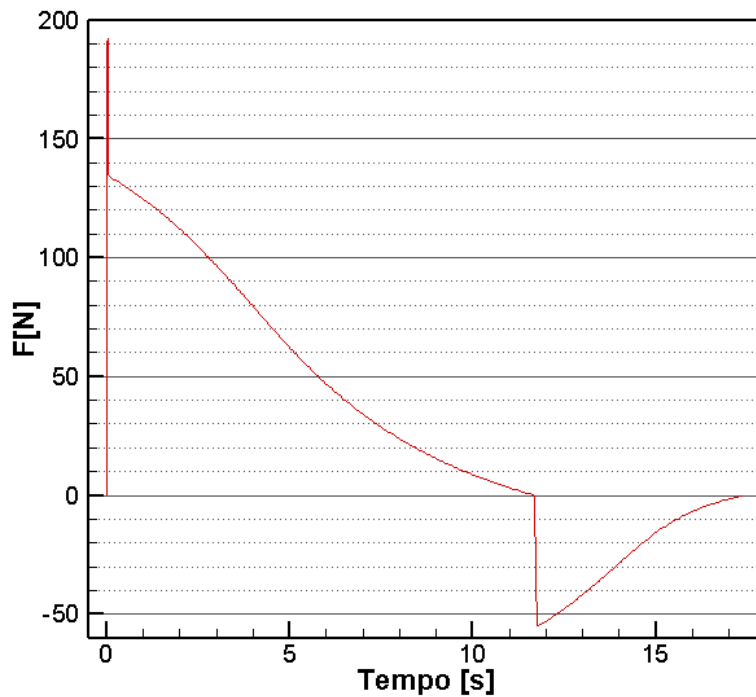
Fonte: o autor.

Como é possível ver na Figura 4.11 e Figura 4.12, como o EMC é baixo, ele não ocasiona nenhuma diferença ao perfil de força magnética. Isso pode ser verificado com os valores de potência, resultado das duas simulações. No caso sem o efeito, a potência gerada foi de 0,435 W, enquanto no caso com efeito, a potência gerada foi de 0,436 W, mostrando que nesse caso, o EMC não traz nenhum ganho termodinâmico ao sistema.

#### 4.3.2 Análise da implementação do fator de desmagnetização

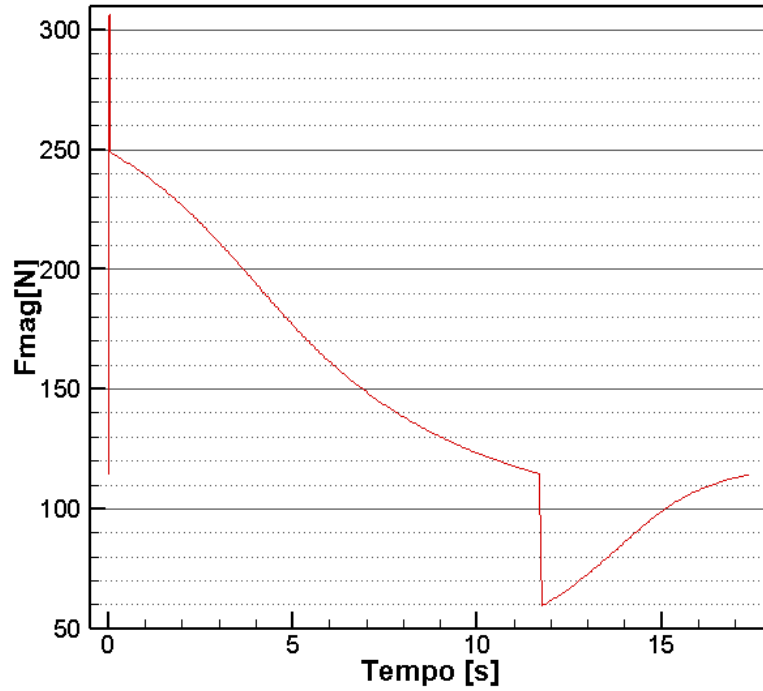
O campo desmagnetizante interno tem influência direta sobre a força magnética no ciclo. A Figura 4.13 e Figura 4.14 apresentam, respectivamente, o ciclo das forças magnética e resultante, considerando o campo desmagnetizante, enquanto a Figura 4.15 e Figura 4.16 apresentam os mesmos resultados, mas desconsiderando o campo desmagnetizante.

Figura 4.13 – Ciclo da força resultante no trocador de calor na simulação considerando o campo desmagnetizante interno.



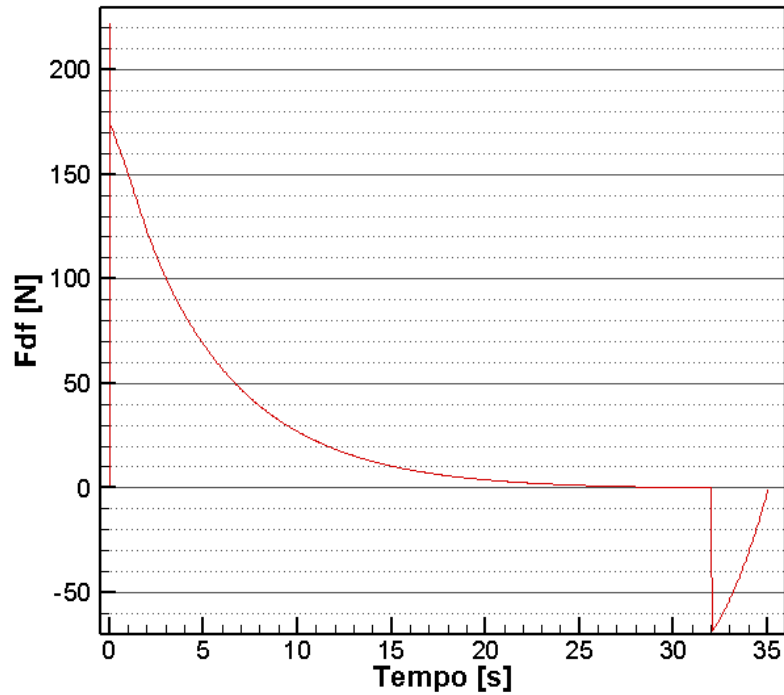
Fonte: o autor.

Figura 4.14 – Ciclo da força magnética no trocador de calor na simulação considerando o campo desmagnetizante interno.



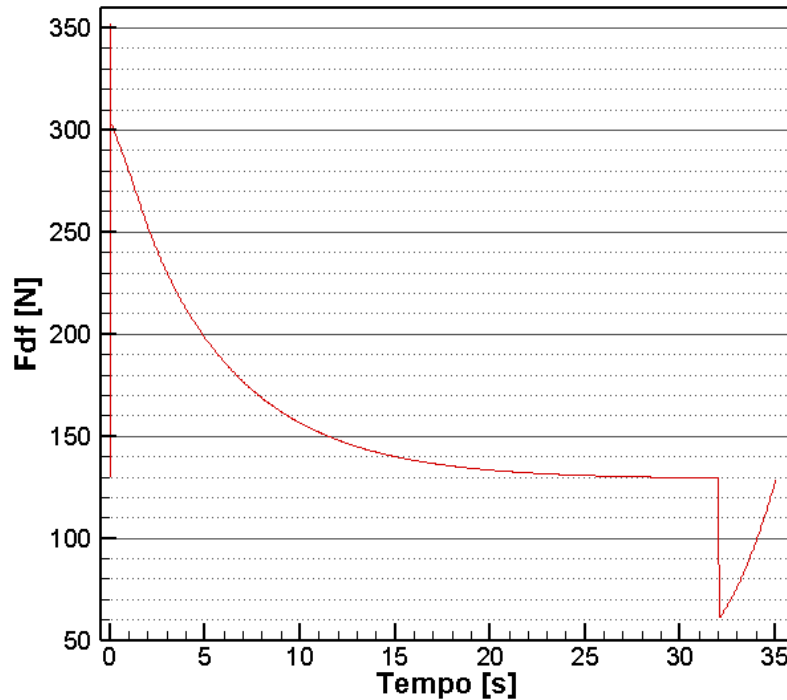
Fonte: o autor.

Figura 4.15 – Ciclo da força resultante no trocador de calor na simulação desconsiderando o campo desmagnetizante interno.



Fonte: o autor.

Figura 4.16 - Ciclo da força magnética no trocador de calor na simulação desconsiderando o campo desmagnetizante interno.



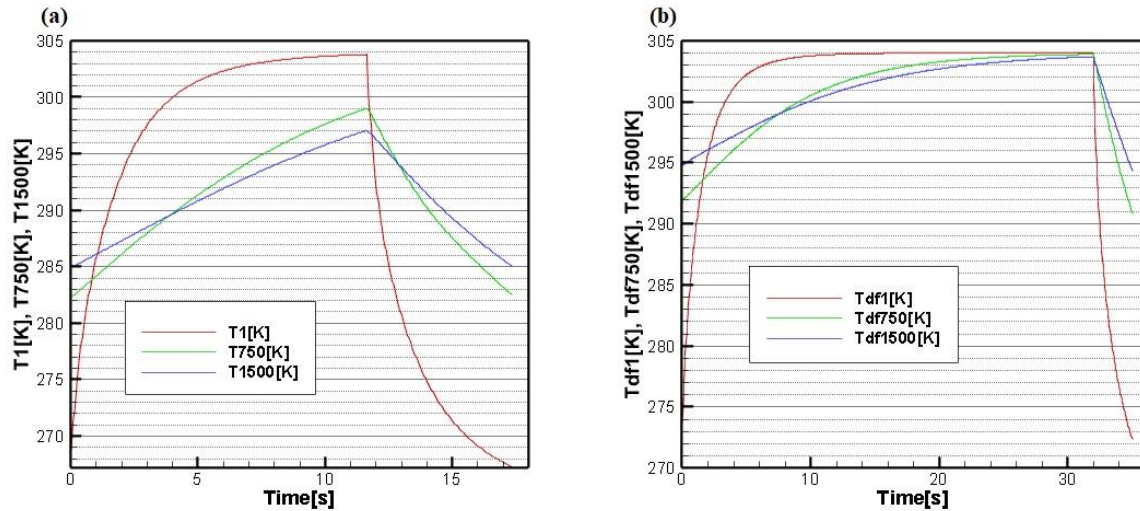
Fonte: o autor.

Diferentemente do EMC, o campo desmagnetizante interno muda consideravelmente os ciclos e as intensidades das forças magnética e resultante. Um primeiro aspecto relevante a se comentar é que, ao considerar inicialmente a massa de 10,9 kg, utilizada na simulação com o campo desmagnetizante interno, a força peso nunca foi maior do que a força magnética. Assim, dada as mesmas condições de temperatura nos reservatórios quente e frio, que não foram alteradas, o trocador de calor nunca saía da região de campo magnético elevado, sendo necessário aumentar a massa imposta ao trocador de calor para 12,4 kg de modo a viabilizar o funcionamento do modelo.

Fazendo isso, observa-se nos resultados da força para o caso sem desmagnetização, que o tempo de ciclo do motor aumentou de 17 s para 35 s, sendo necessário um maior período de aquecimento para desfazer o equilíbrio de forças e o trocador se mover para fora do campo magnético. Analisando a Figura Figura 4.17, quando o campo desmanetizante não foi considerado (Figura 4.17(b)), basicamente todos os volumes to trocador de calor entraram em equilíbrio térmico com o reservatório quente (à 304 K) para que  $P > F_{mag}$ . Isso demandou um longo período de aquecimento. A necessidade de equilíbrio térmico, por outro lado, não é verificada quando o campo desmagnetizante é utilizado (Figura 4.17(a)), uma vez que o valor

da magnetização e da força magnética são menores e a condição  $P > F_{mag}$  é verificada mais rapidamente.

Figura 4.17 – Perfil de temperatura para três volumes do TCM: (a) com perda por desmagnetização implementada; (b) com perda por desmagnetização não implementada.



Fonte: o autor.

É possível ver a importância da implementação dos efeitos desmagnetizantes também na potência gerada. Sem a implementação, o valor de saída é de 0,239 W. Se comparado com o valor do efeito aplicado, de 0,436 W, há uma diferença de 82,47% entre estes valores, o que é uma diferença considerável, e por isso deve ser implementada essa característica no modelo.

#### 4.4 Análise da Minimização da Entropia Gerada

Para realizar o procedimento de otimização, associa-se o método da minimização da entropia gerada com as *Performance Evaluation Criterias* (PEC) propostas por Webb e Kim (2005), seguindo um procedimento semelhante ao desenvolvido por Trevizoli (2015). Neste trabalho, utilizou-se apenas a PEC de geometria fixa, ou seja, a geometria do trocador de calor (área de face e comprimento, veja Figura 3.1) é fixa para todos os casos, porém varia-se os parâmetros geométricos (diâmetro e número de canais) dentro deste volume fixo, juntamente com a vazão do escoamento. Além disso, estratégia adotada foi sempre manter uma destas três variáveis (vazão, diâmetro e número de canais) constante, e dar valores aos demais parâmetros em uma faixa pré-determinada:

- Para o diâmetro de canais fixo em 1 mm, variou-se a vazão na faixa de 0,1 a 5 L/min, e o número de canais de 5 a 25 canais; num total de 100 casos simulados.
- Para o número de canais fixo em 20, variou-se a vazão na faixa de 0,1 a 5 L/min, e o diâmetro dos canais de 0,5 a 2,5 mm; num total de 238 casos simulados.
- Para a vazão fixa em 0,85 L/min, variou-se o número de canais de 5 a 25 canais, e o diâmetro dos canais de 0,5 a 1,6 mm; num total de 72 casos simulados.

Para cada caso, as equações de energia e força magnética são resolvidas, bem como são calculados os valores de entropia total gerada por ciclo. A função objetivo para encontrar os parâmetros otimizados foi determinar quais as combinações de vazão, diâmetro e número de canais geraram uma menor entropia total, considerando um valor de potência líquida de 0,4 W produzida no ciclo.

Contudo, os parâmetros otimizados, eventualmente, não coincidiram com as condições de entrada da simulação, sendo necessário um pós-processamento para determinar os pontos de mínima entropia gerada. Para isso, realizou-se uma interpolação dos resultados numéricos obtidos por meio da função *spline* no Matlab®, que faz uma interpolação cúbica, garantindo assim uma economia de tempo computacional. Após aplicar a interpolação e encontrar os respectivos valores otimizados, rodou-se uma última simulação considerando tais parâmetros para verificar a qualidade da interpolação e validar o procedimento adotado.

#### 4.2.1 Caso 1: Diâmetro dos canais fixo

Neste primeiro caso, manteve-se o diâmetro dos canais fixo, igual a 1,0 mm, e variou-se a vazão de escoamento e o número de canais nas faixas apresentadas na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Faixa de valores de vazão e número de canais para as simulações com diâmetro de canais fixo, igual a 1,0 mm.

Vazão [l/min]	Número de canais [-]
0,1 – 5	5 – 25

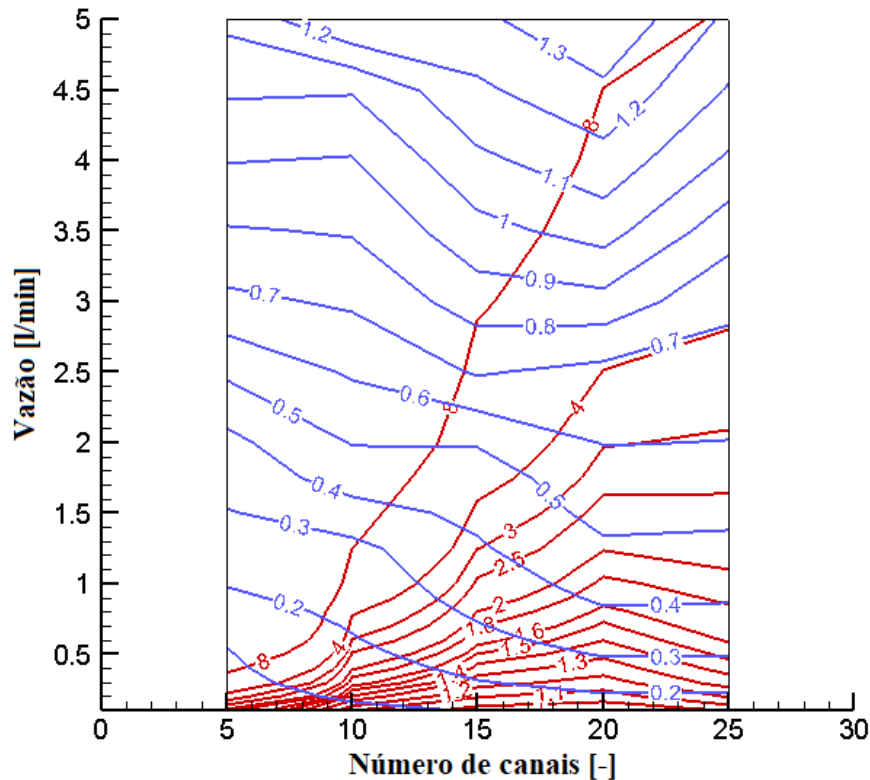
Fonte: o autor.

Para a vazão, utilizou-se uma variação de: (a) 0,1 l/min entre 0,1 e 1 l/min; (b) 0,25 l/min entre 1 e 2 l/min; e (c) 0,5 l/min entre 2 e 5 l/min. Já para o número de canais a variação



foi de 5 canais, até o caso com 25 canais. Fazendo todas as combinações possíveis, um total de 100 simulações foram realizadas. Com os resultados obtidos, foi estruturado o diagrama apresentado na Figura 4.18, onde são traça-se as linhas de entropia constante (vermelha) e potência constante (azul) em função das diferentes combinações de vazão e número de canais.

Figura 4.18 – Linhas de entropia constante (vermelhas) e de potência constante (azuis) para o caso 1 com o diâmetro fixo igual a 1 mm.

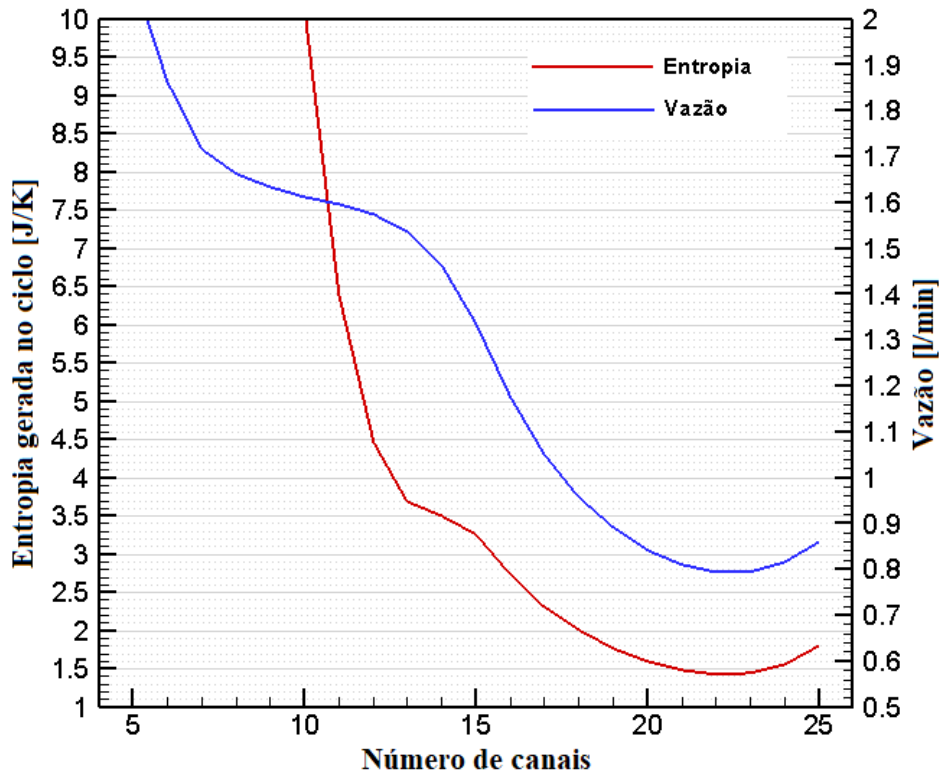


Fonte: o autor.

Pela análise deste diagrama, é possível observar que existem várias combinações de número de canais e vazão que geram a potência desejada de 0,4 W, bem como visualizar o ponto de menor entropia, ao redor da condição de 20 canais. Por meio da interpolação utilizando a função *spline* obteve-se os resultados da Figura 4.19.

Esta figura possui no eixo x o número de canais, e dois eixos y, sendo o eixo à direita a vazão, e à esquerda a entropia total gerada. Combinando vazão e número de canais no ponto em que  $S_g$  é mínimo, encontra-se a condição geométrica e operacional otimizada. Para o caso 1, a combinação de 22 canais e vazão de 0,794 l/min obteve o mínimo de entropia gerada igual a 1,43 J/K.

Figura 4.19 – Interpolação para outras combinações de vazão de número e canais que geram uma potência de 0,4W para o Caso 1.



Fonte: o autor.

Para verificar o resultado de mínimo obtido por meio da interpolação, é realizada uma simulação considerando os parâmetros otimizados. Os resultados obtidos foram de: 0,403 W para a potência, e 1,566 J/K para a entropia, valores muito próximos àqueles obtidos na interpolação, com 8,75% de erro entre os valores de entropia gerada e 0,75% de erro entre os valores de potência. Além disso, a simulação permitiu analisar as contribuições de cada parcela da entropia gerada, apresentadas na Tabela Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Parcelas da entropia gerada, massa e porosidade para o caso 1 de otimização.

Condução axial no fluido [J/K]	Condução axial no sólido [J/K]	Dissipação viscosa [J/K]	Transferência de calor [J/K]	Massa [kg]	Porosidade
9,7195E-05	1,3991E-2	0,26379	1,2884	0,555	0,022

Fonte: o autor.

É possível observar que a geração de entropia advinda da condução axial no sólido e no fluido quase não exercem influência sobre o valor total. Assim, a  $S_g$  trata-se basicamente da

soma das contribuições da dissipação viscosa e da transferência de calor. A influência da primeira diminui conforme o aumento do número de canais no trocador de calor. Isso é esperado, uma que vez, quanto maior o número de canais, menor a velocidade de escoamento em cada um deles, uma vez que a vazão é igualmente dividida entre os canais. Menores velocidades resultam em menores perdas de carga e, portanto, menor é a dissipação viscosa. Já a parcela da transferência de calor possui o maior valor de  $S_g$ , demonstrando que a geometria selecionada, apesar de conveniente em termos de fabricação, é ineficiente em termos de transferência de calor. Com uma diminuição na velocidade de escoamento do fluido devido ao aumento no número de canais, há uma redução na taxa de transferência de calor, o que pode explicar o maior valor de  $S_g$ .

#### 4.2.2 Caso 2: Número de canais fixo

Neste segundo caso, manteve-se o número de canais fixo, igual a 20 canais, e variou-se a vazão de escoamento e o diâmetro dos canais nas faixas apresentadas na Tabela 4.4.

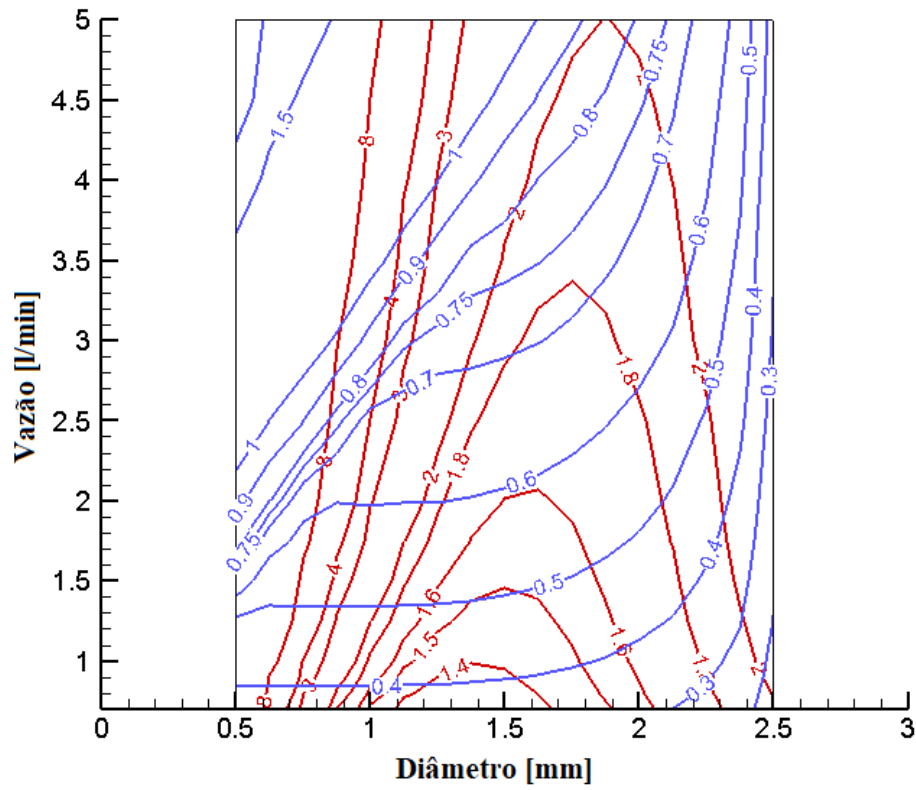
Tabela 4.4 – Parâmetros de vazão e diâmetro utilizados no segundo caso do estudo.

<b>Vazão [l/min]</b>	<b>Diâmetro [mm]</b>
0,7 – 5	0,5 – 2,75

Fonte: o autor.

Para a vazão, utilizou-se uma variação de: (a) 0,1 l/min entre 0,7 e 1 l/min; (b) 0,25 l/min entre 1 e 2 l/min; e (c) 0,5 l/min entre 2 e 5 l/min. Já para o diâmetro a variação foi de 0,125 mm, até o valor de 2,75 mm. Um total de 238 simulações foram realizadas. Com os resultados obtidos, novamente foi estruturado o diagrama para as linhas de entropia e potência constantes, apresentado na Figura 4.20.

Figura 4.20 – Linhas de entropia constante (vermelhas) e de potência constante (azuis) para o caso 2, com número de canais fixo igual a 20.

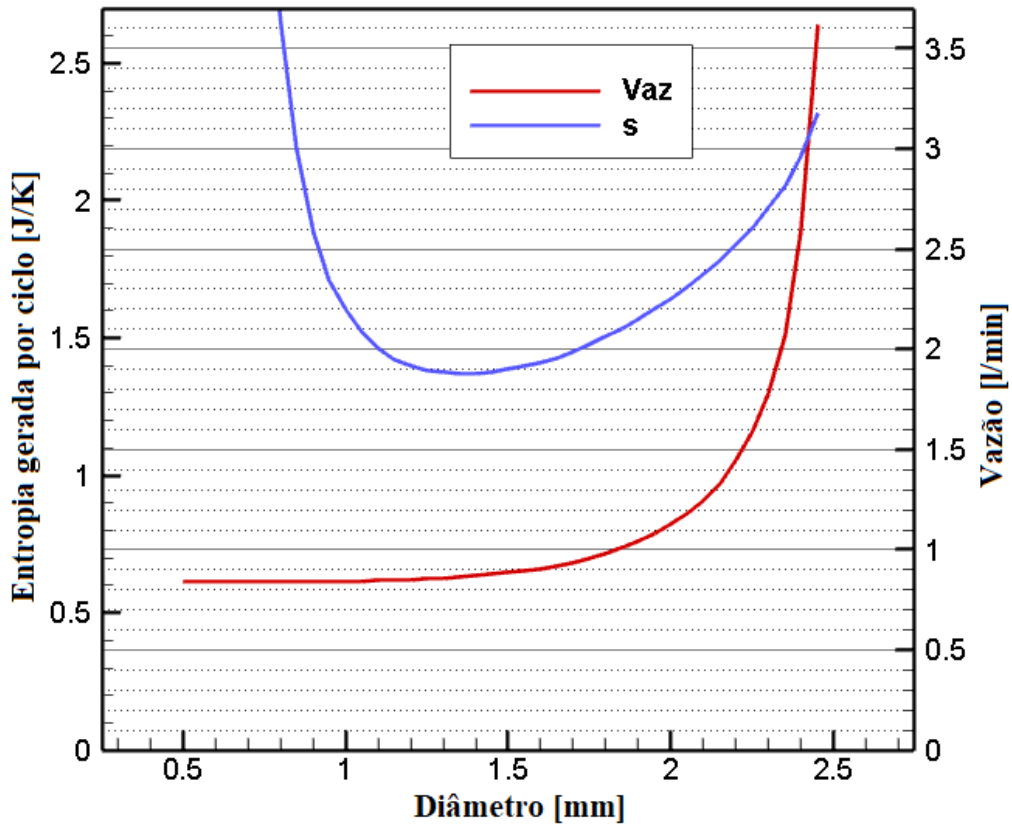


Fonte: o autor.

Assim como foi realizado no caso 1, no diagrama é possível observar que existem diversas combinações de diâmetro e vazão que geram a potência de 0,4 W, sendo o ponto de menor entropia, ao redor do diâmetro de 1,4 mm. Por meio da interpolação utilizando a função *spline* obteve-se os resultados da Figura 4.21.

Esta figura possui no eixo x o diâmetro dos canais, e dois eixos y, sendo o eixo à direita a vazão, e à esquerda a entropia total gerada. Como pode ser visto, a interpolação apresentou o valor de menor entropia gerada é 1,32 J/K para a combinação de 1,35 mm de diâmetro de canal e com uma vazão de 0,867 l/min.

Figura 4.21 – Interpolação para outras combinações de vazão e diâmetros que geram uma potência de 0,4W para o Caso 2.



Fonte: o autor.

Novamente para verificar se o resultado de mínimo obtido por meio da interpolação, é realizada uma simulação considerando os parâmetros otimizados. Os resultados obtidos foram de: 0,40004 W para a potência, e 1,372 J/K para a entropia, valores muito próximos àqueles obtidos na interpolação, com 3,63% de erro entre os valores de entropia gerada e 0,01% de erro entre os valores de potência. Do mesmo modo, a simulação permitiu analisar as contribuições de cada parcela da entropia gerada, apresentadas na Tabela Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Parcelas da entropia gerada, massa e porosidade para o caso 2 de otimização.

Condução axial no fluido [J/K]	Condução axial no sólido [J/K]	Dissipação viscosa [J/K]	Transferência de calor [J/K]	Massa [kg]	Porosidade
9,9614E-05	1,3779E-2	0,0665	1,2922	0,569	0,035

Fonte: o autor.

Novamente, vê-se que a entropia gerada deve-se basicamente as contribuições da dissipação viscosa e da transferência de calor. Influência da primeira diminui conforme o aumento do diâmetro dos canais no TCM. Isso é esperado, uma que vez, quanto maior o diâmetro, menor é a velocidade de escoamento em cada canal para uma mesma vazão mássica, acarretando uma menor dissipação viscosa. Já a transferência de calor, esta é dominante sobre  $S_g$ . O aumento do diâmetro do canal aumenta a área de troca de calor, porém, ocorre uma diminuição na velocidade de escoamento. Assim, apesar do aumento da área, esta é contrabalanceada com a redução no coeficiente de convecção  $h$  (a qual depende de  $Nu$ , que por sua vez está relacionado com a velocidade de escoamento  $u$ ), culminando em uma troca de calor pouco efetiva, de modo que a entropia gerada por uma diferença finita de temperatura prevaleça.

#### 4.2.3 Caso 3: Vazão fixa

No terceiro caso, manteve-se a vazão fixa, igual a 0,85 L/min, e variou-se a o diâmetro e número de canais nas faixas apresentadas na Tabela 4.6.

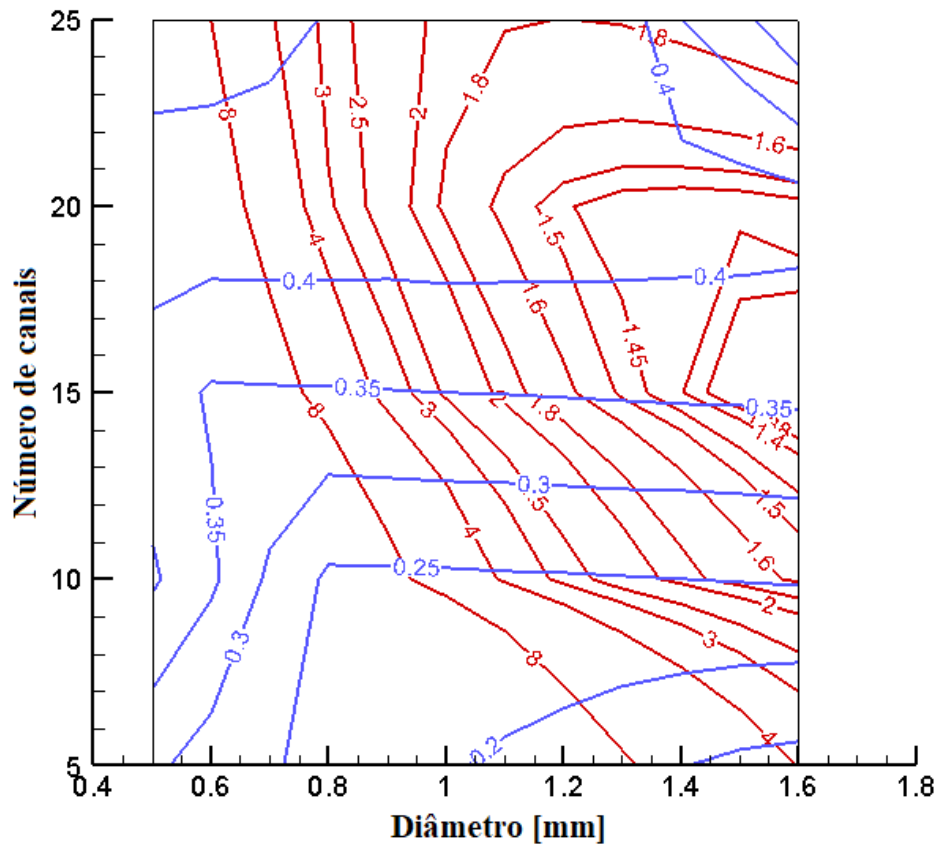
Tabela 4.6 – Parâmetros de número e diâmetro dos microcanais para o terceiro caso do estudo.

<b>Número de canais [-]</b>	<b>Diâmetro [mm]</b>
5 – 25	0,5 – 1,6

Fonte: o autor.

Para o número de canais, utilizou-se uma variação de 5 canais, até o valor de 25, mas também foi realizada uma simulação com 23 canais. Já para o diâmetro a variação foi de 0,1 mm, até o valor de 1,6 mm. Um total de 72 simulações foram realizadas. Com os resultados obtidos, novamente foi estruturado o diagrama para as linhas de entropia e potência constantes, apresentado na Figura 4.22.

Figura 4.22 – Linhas de entropia constante (vermelhas) e de potência constante (azuis) para o caso 3, com vazão fixa igual a 0,85 l/min.

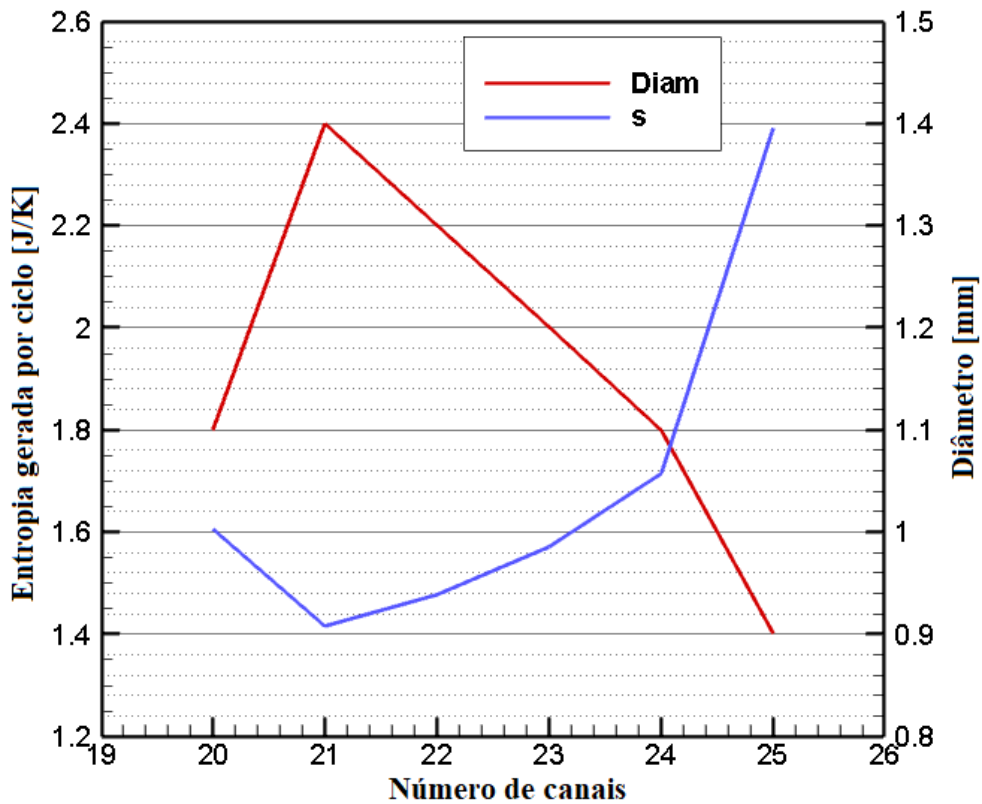


Fonte: o autor.

Novamente, é possível observar que existem diversas combinações de diâmetro e de número de canais que geram a potência de 0,4 W, sendo o ponto de menor entropia, ao redor do diâmetro de 1,4 mm. Por meio da interpolação utilizando a função *spline* obteve-se os resultados da Figura 4.23.

Esta figura possui no eixo x o número de canais, e dois eixos y, sendo o eixo à direita o diâmetro de canais, e à esquerda a entropia total gerada. Para este último caso, o valor de menor entropia é 1,42 J/K para uma combinação de 1,40 mm de diâmetro e com 21 microcanais.

Figura 4.23 – Interpolação para outras combinações de diâmetros e número de canais que geram uma potência de 0,4 W para o Caso 3.



Fonte: o autor.

Por fim, verifica-se se o resultado de mínimo da interpolação. Os resultados da simulação foram de: 0,397 W para a potência, e 1,422 J/K para a entropia, novamente muito próximos àqueles obtidos na interpolação, com 0,39% de erro entre os valores de entropia gerada e 0,66% de erro entre os valores de potência. Analisando as contribuições de cada parcela da entropia gerada, apresentadas na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Parcelas da entropia gerada, massa e porosidade para o caso 3 de otimização.

Condução axial no fluido [J/K]	Condução axial no sólido [J/K]	Dissipação viscosa [J/K]	Transferência de calor [J/K]	Massa [kg]	Porosidade
0,0001	0,0148	0,0482	1,3592	0,562	0,040

Fonte: o autor.

Outra vez, vê-se que a geração de entropia advinda da condução axial no sólido e no fluido quase exercem uma influência sobre o valor total, e que a entropia gerada é basicamente a soma das contribuições da dissipação viscosa e da transferência de calor. De

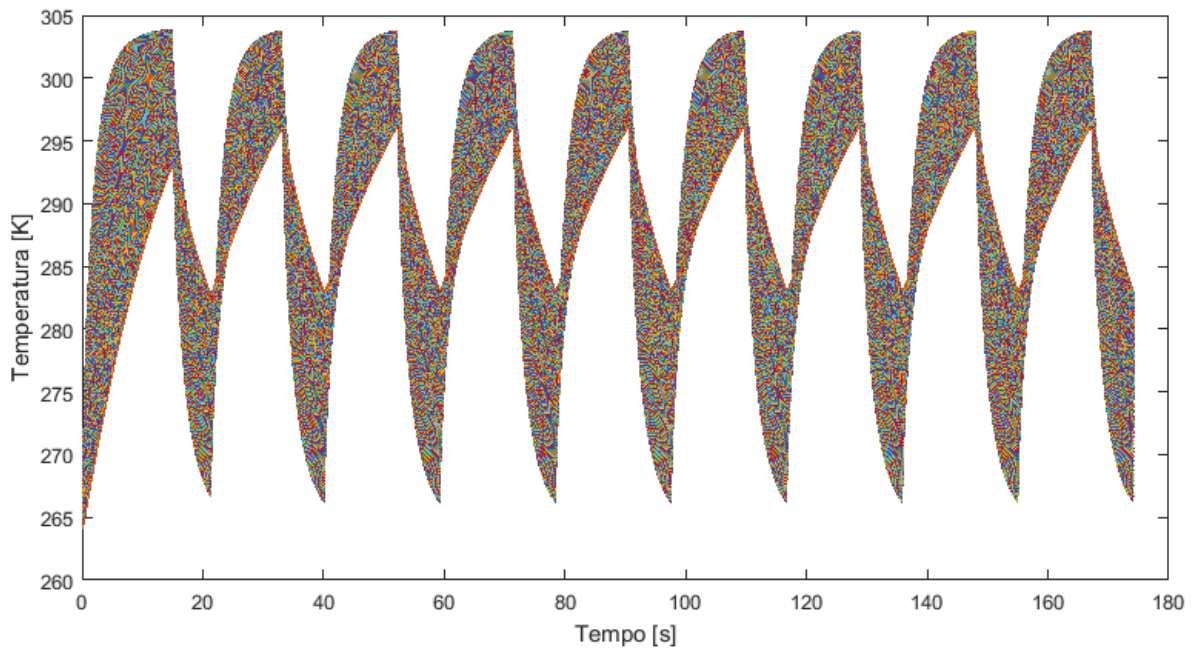


forma semelhante aos casos 1 e 2, o aumento no diâmetro e no número de canais reduz a parcela da dissipação viscosa, por conta da diminuição da velocidade de escoamento em cada canal. Como consequência de uma menor velocidade, a transferência de calor é comprometida, sendo a entropia gerada por esta parcela a maior contribuição para a  $S_g$  total.

#### 4.3 Análise dos resultados globais do modelo matemático para os casos otimizados

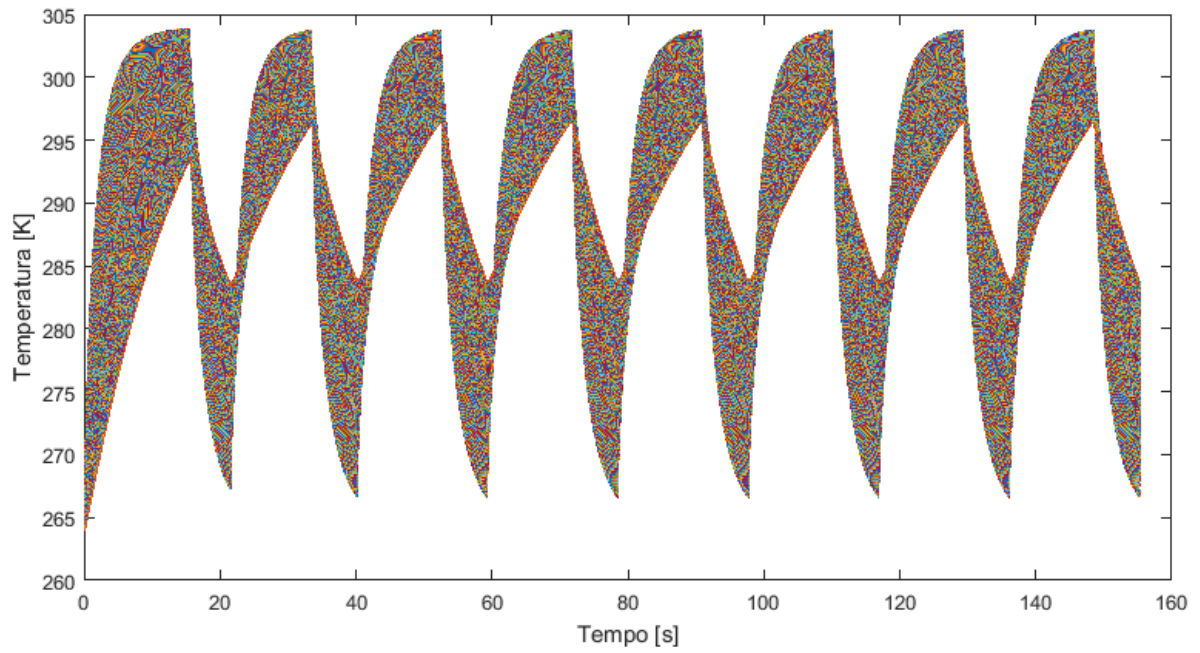
Na presente seção são apresentados os resultados globais, leia-se: transientes de temperatura, perfis de temperatura, tempos de ciclo, magnetização e forças, obtidos para dos três casos otimizados Primeiramente, apresenta-se os transientes de temperatura do sólido, para os casos 1, 2 e 3, respectivamente na Figura 4.24, Figura 4.25 e Figura 4.26. Na sequência, na Figura 4.27 são mostrados, para cada caso, os perfis de temperatura para o sólido magnético ao final dos períodos de aquecimento e resfriamento.

Figura 4.24 – Transientes de temperatura para o sólido para o Caso 1.



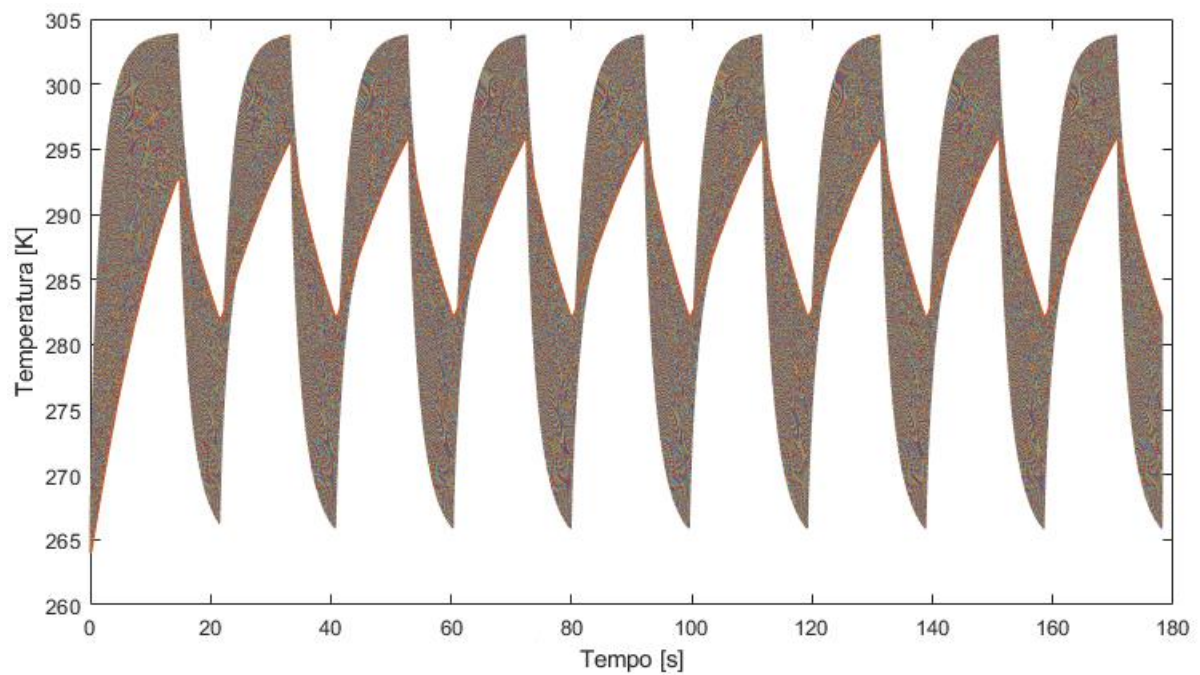
Fonte: o autor.

Figura 4.25 – Transientes de temperatura para o sólido para o Caso 2.



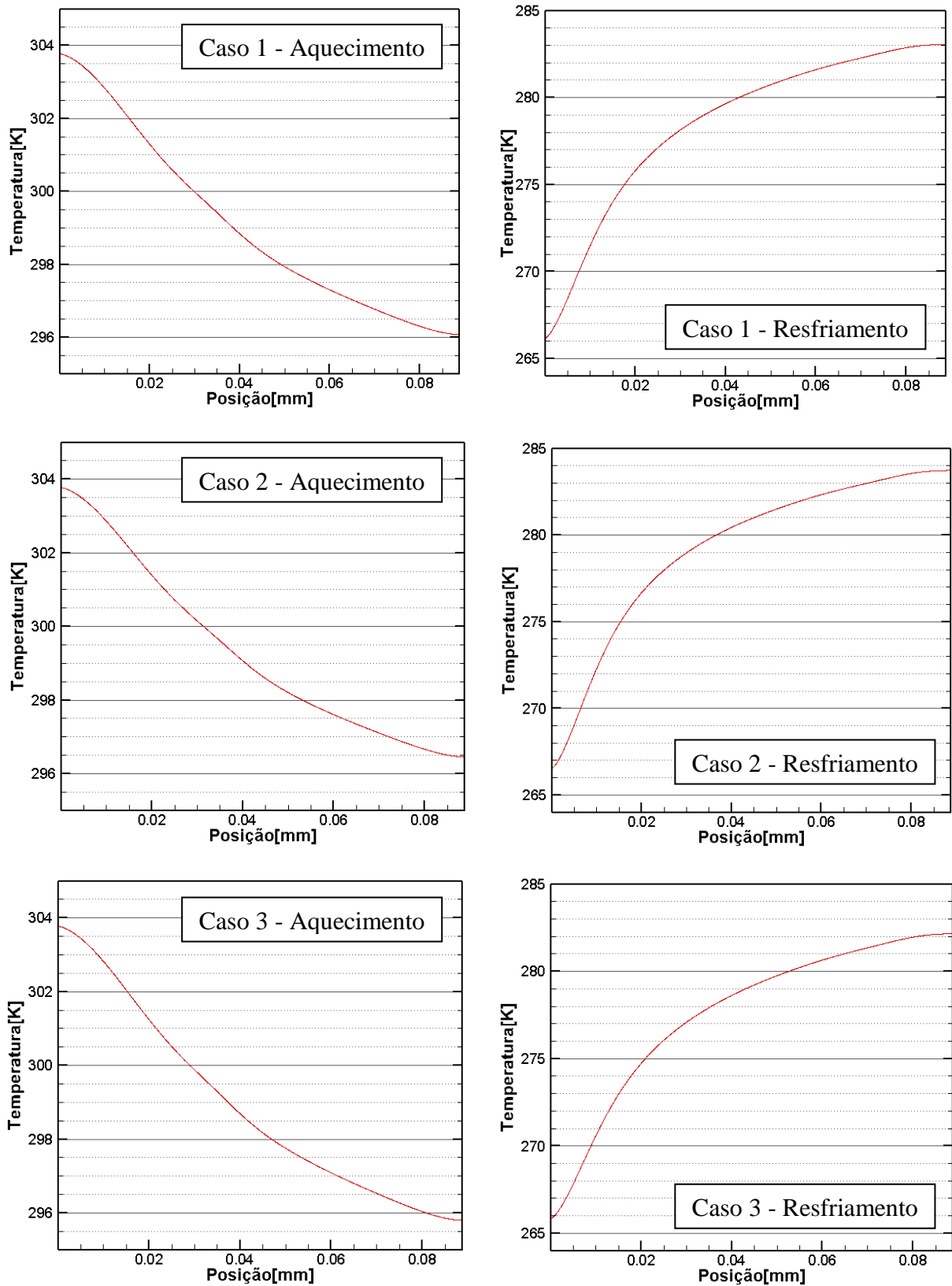
Fonte: o autor.

Figura 4.26 – Transientes de temperatura para o sólido para o Caso 3.



Fonte: o autor.

Figura 4.27 – Perfil de temperatura no MM. Na coluna à esquerda é o final do aquecimento, e na coluna à direita é o final do resfriamento.



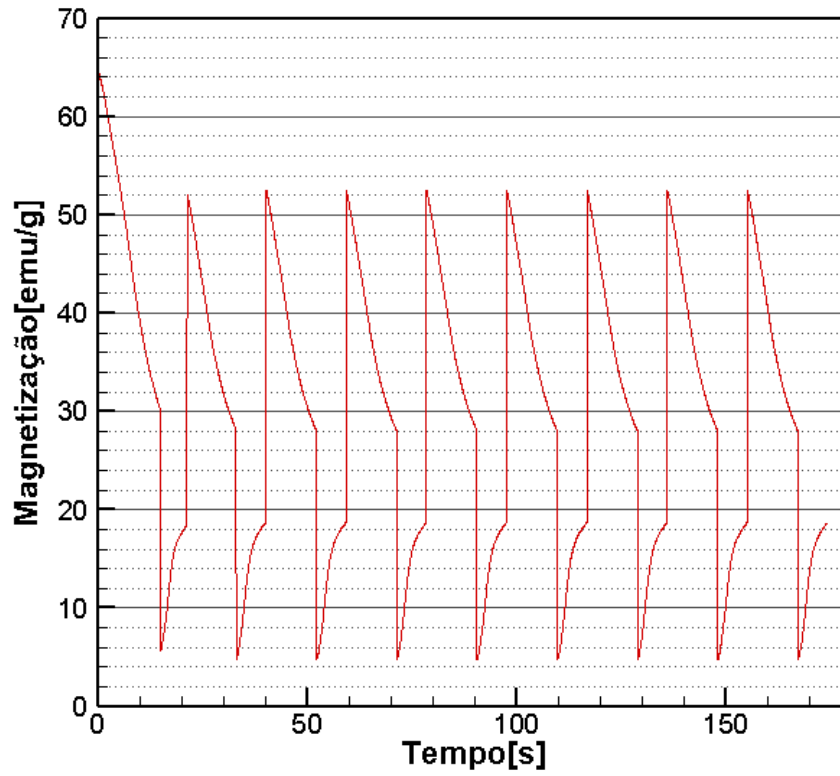
Fonte: o autor.

Analisando os gráficos da Figura 4.24, Figura 4.25 e Figura 4.26, é possível ver a evolução da temperatura de cada volume em cada instante de tempo ao longo de uma sequência de ciclos. Observa-se que os resultados obtidos são bastante semelhantes. Primeiramente, os três casos necessitaram de 8 a 9 ciclos para convergir. Após a convergência, observa-se que os períodos totais de ciclo para cada um dos casos são, respectivamente, de 19,2 s; 19,25 s; e 19,7 s. Já os períodos de aquecimento, foram 12,05 s, 12,35 s e 12,05 s, enquanto os tempos de resfriamento foram 7,15 s, 6,90 s e 7,65 s para os casos 1, 2 e 3, respectivamente.

Ao final do processo de aquecimento, a distribuição de temperatura ao longo do trocador de calor é suficiente para fazer com que a magnetização do TCM resulte em uma força magnética menor do que a força peso, e assim, o TCM é deslocado para a região de baixo campo. Os perfis de temperatura após o aquecimento são apresentados na coluna à esquerda da Figura 4.27. Observa-se que os perfis para os três casos otimizados são semelhantes, ficando entre as temperaturas de 296 K e 304 K. Como a queda se dá de forma rápida, o deslocamento é tido como instantâneo ocorrendo em um intervalo de tempo equivalente a 0,05 s. Já ao final do processo de resfriamento, a temperatura atingida pelo trocador de calor é suficiente para fazer com que a magnetização do TCM garanta uma força magnética maior do que a força peso, de modo que o TCM retorne para a região de alto campo. Novamente, observa-se que os perfis de temperatura para os três casos são semelhantes, ficando entre 264 K e 284 K. O movimento também foi tomado como instantâneo, ocorrendo em um incremento de tempo de 0,05 s.

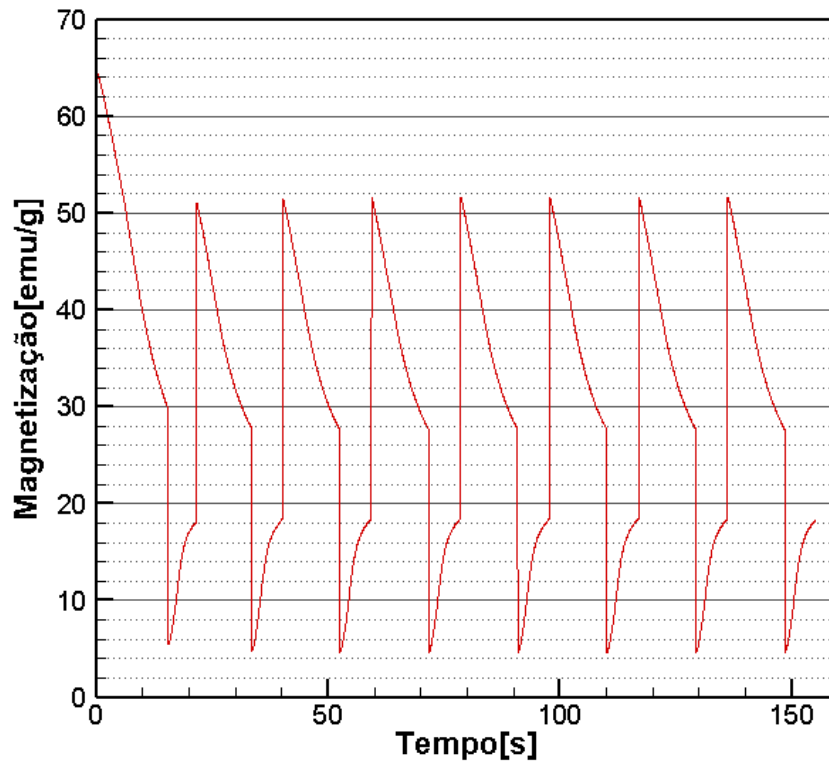
As a Figura 4.28, Figura 4.29 e Figura 4.30 mostram os transientes de magnetização média no TCM para os três casos otimizados. Uma vez que os perfis de temperatura apresentados anteriormente são semelhantes para os três casos, espera-se que os transientes de magnetização também sejam semelhantes.

Figura 4.28 – Transientes de magnetização média do trocador de calor para o Caso 1.



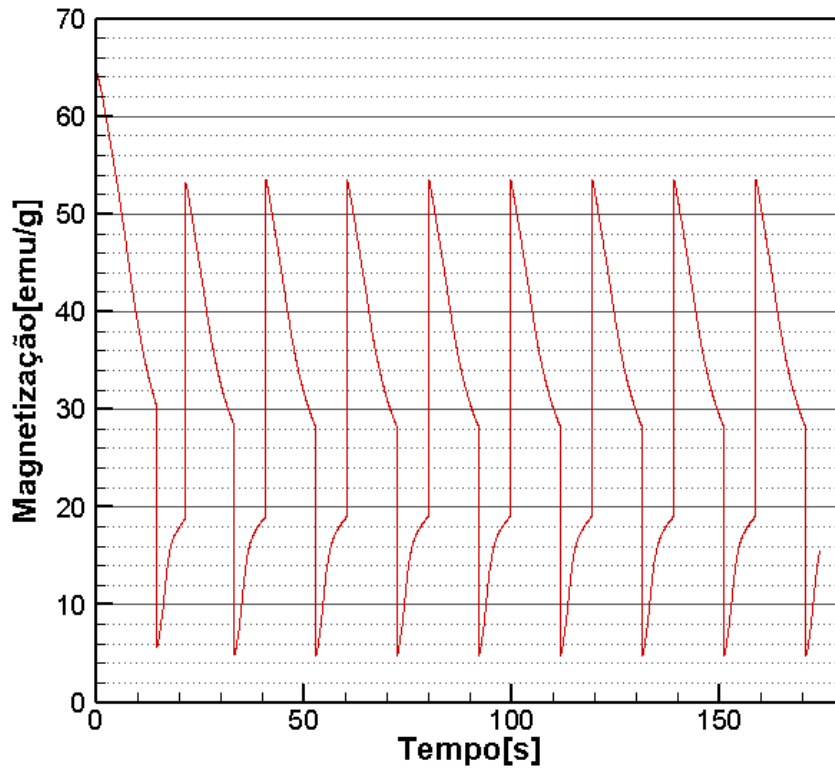
Fonte: o autor.

Figura 4.29 – Transientes de magnetização média do trocador de calor para o Caso 2.



Fonte: o autor.

Figura 4.30 – Transientes de magnetização média do trocador de calor para o Caso 3.

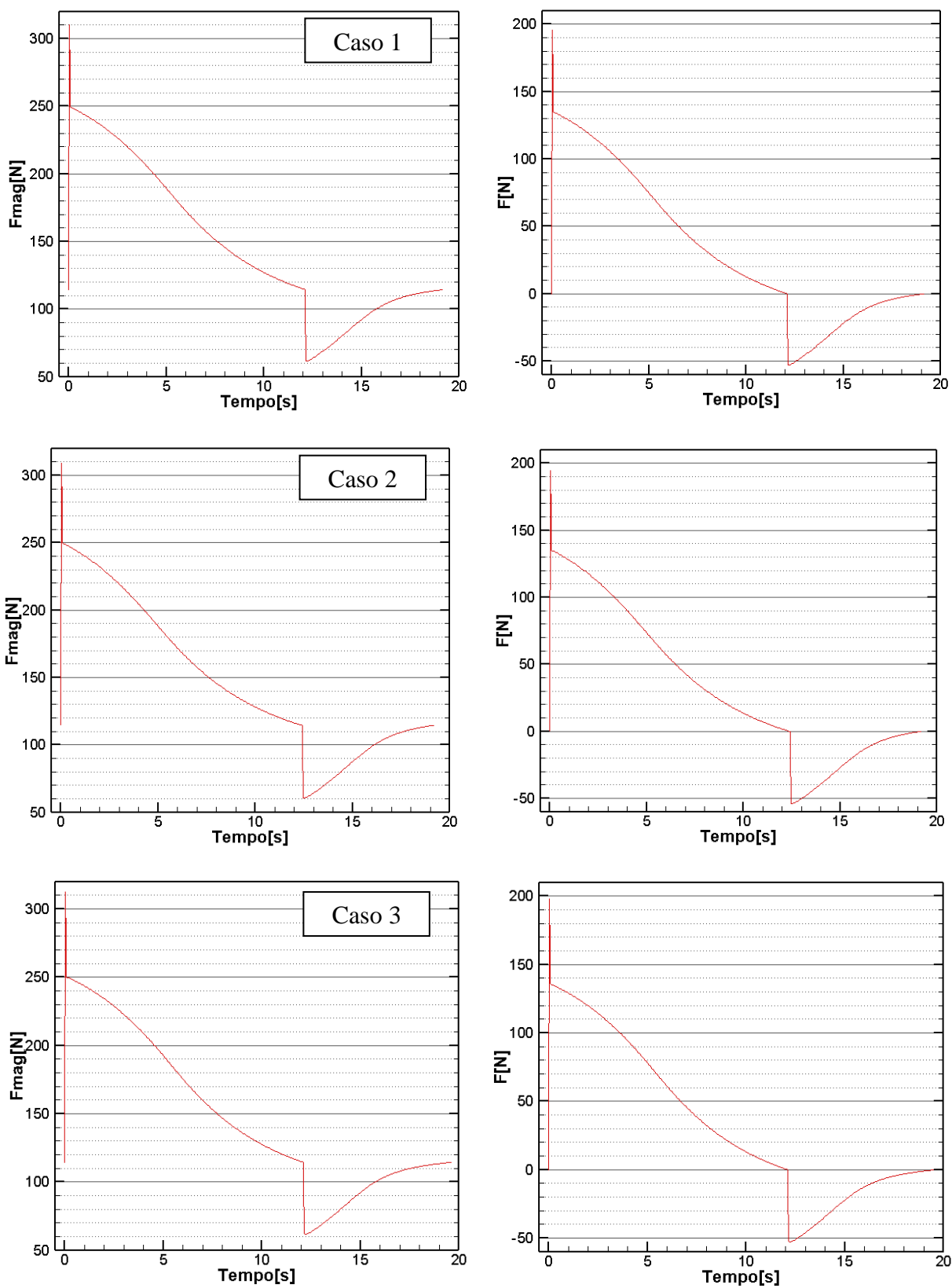


Fonte: o autor.

Os picos de magnetização na Figura 4.28, Figura 4.29 e Figura 4.30 são os momentos em que o MM está na sua menor temperatura média e se desloca para a região de alto campo, passando a ter um elevado valor de magnetização, acima de 50 emu/g nos três casos. Durante o aquecimento, ocorre uma diminuição na magnetização média da placa, até o valor aproximado de 28 emu/g, quando a força magnética passa a ser menor que a peso. Após ser posicionada na região de baixo campo, a magnetização atinge o seu menor valor, < 10 emu/g. Com o processo de resfriamento, a magnetização aumenta até, aproximadamente, 20 emu/g, quando a força magnética passa a ser maior que a força peso.

Por fim, avalia-se o comportamento das forças magnéticas e resultante ao longo de um ciclo, mostrados na Figura 4.31. Na coluna à esquerda está a força magnética, enquanto a coluna à direita está a força resultante.

Figura 4.31 – Transiente de forças. Na coluna à esquerda é a força magnética, e na coluna à direita é a força resultante.



Fonte: o autor.

Analisando os resultados na Figura 4.31 é possível verificar que, novamente, os transientes de força são semelhantes para os três casos. Quando o trocador adentra a região de alto campo após o resfriamento, a força magnética apresenta um pico ao redor de 310 N. Após o aquecimento, os valores de força magnética se tornam menores do que 120 N. Na região de baixo campo, a força magnética atinge inicialmente um valor ao redor de 60 N, que vai aumentando gradativamente até atingir o valor aproximado de 120 N, deslocando o TCM de volta para a região de alto campo. No que diz respeito à força resultante, no momento em que o material se move, é claro que o valor desta deve ser próximo a zero. Os picos têm um valor de 195,66 N, 194,67 N e 198,05 N para os Casos 1, 2 e 3, respectivamente. Já os valores de força líquida no momento em que o TCM se desloca para a região de alto campo para os três casos são, respectivamente, 165,47 N, 164,67 N e 167,41 N, as quais resultam em uma potência líquida de 0,4 W.

#### 4.4 Fechamento

Os resultados do procedimento de otimização proposto para os três casos analisados são reapresentados na Tabela 4.8, onde são tomados os resultados da simulação dos parâmetros otimizados (e não da interpolação).

Tabela 4.8 – Representação dos resultados da otimização.

<b>Caso</b>	<b>Vazão (l/min)</b>	<b>D (mm)</b>	<b>N (canais)</b>	<b>Sg (J/K)</b>
<b>1</b>	0,794	1	22	1,566
<b>2</b>	0,867	1,35	20	1,372
<b>3</b>	0,85	1,40	21	1,422

Fonte: o autor.

Pode-se observar que os resultados otimizados são relativamente próximos em termos da vazão, diâmetro, número de canais e menor valor de entropia gerada. Logo, pode-se propor que qualquer um dos três casos otimizados satisfaria o projeto de trocador de calor proposto. Contudo, com o objetivo de apresentar valores finais para as dimensões, parâmetros geométricos e operacionais, escolhe-se o caso 2 como referência uma vez que o mesmo apresentou o menor valor de entropia gerada. A força líquida neste caso foi de 164,67 N,



sendo o torque produzido de 7,674 Nm e o tempo de ciclo foi de 19,25 s, resultando em uma potência líquida de 0,4 W e em uma entropia gerada de 1,37 J/K.

Observa-se que o valor da potência é relativamente baixo para um motor, especialmente devido ao longo período de ciclo, uma vez que a força e o torque são elevados. Para se reduzir o tempo de ciclo deve-se intensificar a transferência de calor de modo a garantir que a temperatura do sólido magnético varie mais rapidamente. A ineficiência da transferência de calor característica da presente geometria também pode ser verificada na sua respectiva parcela da entropia gerada, sendo sempre a dominante. Logo, para os projetos futuros de motores termomagnéticos, deve-se propor geometrias mais efetivas e o uso de MM com transição de fases de primeira ordem, as quais necessitam de uma menor diferença de temperatura para mudar de fase magnética.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho apresentado nesta dissertação tratou da modelagem e análise numérica de trocadores de calor com canais circulares para aplicações em motores termomagnéticos com retorno por gravidade. Um modelo matemático transiente e unidimensional foi desenvolvido para se obter resultados quanto à dinâmica térmica e magnética no trocador de calor. Foram incluídas perdas por campo desmagnetizante interno, condução axial e dissipação viscosa. O mesmo modelo foi utilizado para realizar um procedimento de otimização por meio do método da minimização da entropia gerada. A entropia gerada total no ciclo termodinâmico no motor possui quatro parcelas: condução axial no fluido e no sólido, transferência de calor intersticial com diferença finita de temperatura, e dissipação viscosa. Primeiramente, destaca-se que o modelo foi implementado com sucesso, assim como o estudo da independência do resultado em relação as malhas espacial e temporal foi realizado satisfatoriamente.

Em segundo lugar, destaca-se que o campo magnético utilizado nas simulações do trocador de calor foi resultado do projeto de um circuito magnético em C, realizado no software Comsol *Multiphysics*. O valor de campo magnético máximo é aproximadamente 1,0 T, o que possibilita alcançar elevados valores de força magnética. Tal circuito será posteriormente construído para a montagem de um aparato experimental do motor proposto.

No que diz respeito as perdas incluídas no modelo, observa-se uma importante dependência do resultado, especialmente quanto ao campo desmagnetizante interno. Além disso, o EMC também foi considerado no modelo, mas, ao contrário do que se esperava inicialmente, seu papel na dinâmica térmica e na melhoria do desempenho termodinâmico do motor foi (a princípio) pequeno. Neste ponto, destaca-se que novos estudos deverão ser realizados para verificar se o EMC foi corretamente implementado no modelo e outros materiais magnéticos poderão ser testados.

Já no que concerne aos resultados obtidos, o modelo disponibiliza os transientes de temperatura, magnetização e forças magnética e líquida ao longo de um ciclo, bem como permite analisar os perfis das mesmas propriedades ao longo do comprimento do trocador de calor magnético. Estes resultados permitiram estudar e analisar a dinâmica térmica e magnética no trocador de calor, bem como extrair informações como tempo de ciclo, e as forças magnética e líquida médias.

Sobre o procedimento de otimização utilizando o método da minimização da entropia gerada, destaca-se inicialmente que este foi implementado satisfatoriamente. Os resultados para cada parcela da entropia gerada demonstraram que os efeitos relacionados às conduções axiais do sólido e do fluido desempenham um papel muito pequeno se comparados à dissipação viscosa e a troca de calor intersticial com diferença finita de temperatura. Esta última foi a que apresentou as maiores contribuições para a entropia gerada total. Isso se deve, especialmente à necessidade de utiliza-se um grande número de canais e baixas vazões, o que reduziu-se a velocidade de escoamento, promovendo menores taxas de calor trocado.

Foram otimizados três parâmetros: diâmetro e número de canais, e vazão de fluido de trabalho. Os resultados otimizados apresentaram que os valores ótimos para cada uma destas variáveis seriam: 1,35 mm de diâmetro, 20 canais e vazão de 0,867 L/min. Esta combinação resultou em uma força líquida de 164,67 N, um torque de 7,674 Nm e um tempo de ciclo de 19,25 s, resultando em uma potência líquida de 0,4 W e em uma entropia gerada de 1,35 J/K.

Observou-se que o valor da potência proposto (e obtido) no procedimento de otimização do motor foi relativamente baixo. Isso se deve a diferentes fatores. Primeiramente, a forma construtiva com retorno por gravidade demonstrou ser complexa e ineficaz, uma vez que teve-se que adicionar uma massa de 10,9 kg para que o motor funcionasse. Assim, outras formas construtivas, como com retorno por molas ou puramente magnético, devem ser avaliadas e comparadas com o retorno por gravidade. Em segundo lugar, destaca-se o longo período de ciclo. Para se reduzir o tempo de ciclo deve-se intensificar a transferência de calor de modo a garantir que a temperatura do sólido magnético varie mais rapidamente. Portanto, geometrias mais efetivas, como leito de esferas ou placas paralelas com baixa porosidade, além do uso de MM com transição de fases de primeira ordem, devem ser avaliados em projetos futuros.

### 5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Com base nos resultados obtidos nesta dissertação são identificadas as seguintes propostas para trabalhos futuros:

- Baseando-se nos resultados otimizados, finalizar o projeto construtivo do motor com retorno por gravidade;
- Construir o circuito magnético em C e o aparato experimental do motor proposto;

- Avaliar experimentalmente o motor com retorno por gravidade;
- Validar o modelo matemático proposto neste trabalho;
- Expandir o modelo matemático para permitir a simulação de outras geometrias e materiais magnéticos com transição de primeira ordem, como o MnAs.
- Reavaliar a implementação do EMC, utilizando o método discreto.

## REFERÊNCIAS

- AHARONI, Amikam. **Demagnetizing factors for rectangular ferromagnetic prisms**. *Journal of Applied Physics*, v. 83, n. 6, p. 3432–3434, 1998.
- ALVES, C. S.; COLMAN, F. C.; FOLEISS, G. L.; SZPAK, W.; VIEIRA, G. T. F. **Numerical simulation and design of a thermomagnetic motor**. *Applied Thermal Engineering*, v. 61, n. 2, p. 616–622, 2013.
- BEJAN, Adrian. **Entropy generation minimization: The new thermodynamics of finite-size devices and finite-time processes**. *Journal of Applied Physics*, v. 79, n. 3, p. 1191–1218, 1996.
- BITHAS, K.; KALIMERIS, P. **Revisiting the Energy-Development Link**. n. Ruddiman 2001, p. 5–11, 2016.
- BREY, W.; NELLIS, G.; KLEIN, S. **Thermodynamic modeling of magnetic hysteresis in AMRR cycles**. *International Journal of Refrigeration*, v. 47, p. 85–97, 2014.
- CALLEN, H. B. **Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics**. Second ed. Canada: John Wiley & Sons, 1985.
- CALLISTER JR., W. D.; RETHWISCH, D. G. **Materials Science and Engineering, An Introduction**. 8th Editio ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2010.
- ÇENGEL, Y. A. e CIMBALA, J. M. **Mecânica dos Fluidos, Fundamentos e Aplicações**. 1ª Ed. ed. São Paulo: [s.n.], 2011.
- CHRISTIAANSE, T.; BRÜCK, E. **Proof-of-Concept Static Thermomagnetic Generator Experimental Device**. *Metallurgical and Materials Transactions E*, v. 1, n. 1, p. 36–40, 2014.
- CLARK, N.; YUSOFF, K. **Combustion and Society: A Fire-Centred History of Energy Use**. *Theory, Culture & Society*, v. 31, n. 5, p. 203–226, 2014.
- EDWARD, K. **Air Pollution**. *Environmental Pollution and Control*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 245–269.
- ELLIOTT, J. F. **Thermomagnetic Generator**. *Journal of Applied Physics*, v. 30, 1959.
- ENGELBRECHT, K. **A numerical model of an AMR system**. 2004. University of Wisconsin-Madison, 2004.
- EVERTS, M.; MEYER, J P. **Comparison of the heat transfer characteristics of developing and fully developed flow in smooth tubes in the transitional flow regime**. 13th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, n. July, p. 652–662, 2017.
- FARIA, R. N.; LIMA, L. F. C. P. **Introdução ao Magnetismo dos Materiais**. [S.l.]: Livraria da Física, 2005.
- FOLEISS, G. L. e SZPAK, W. e VIEIRA, G. T. F. **Modelagem e Simulação de um Motor Termomagnético**. . Maringá: [s.n.], , 2012
- FURLANI, E. P. **Permanent Magnet And Electromechanical Devices**. [S.l.: s.n.], 2001.

GAMA, S.; FERREIRA, L. D. R.; BESSA, C. V. X.; HORIKAWA, O.; COELHO, A. A.; GANDRA, F. C.; ARAUJO, R.; EGOLF, P. W. **Analytic and Experimental Analysis of Magnetic Force Equations**. IEEE Transactions on Magnetics, v. 52, n. 7, p. 12–15, 2016.

GARGARO, B. M. **Modelagem e Simulação de um Motor Termomagnético com Retorno por Mola**. . Maringá: [s.n.]. , 2018

GUTFLEISCH, O.; GOTTSCHALL, T.; FRIES, M.; BENKE, D.; RADULOV, I.; SKOKOV, K. P.; WENDE, H.; GRUNER, M.; ACET, M.; ENTEL, P.; FARLE, M. **Mastering hysteresis in magnetocaloric materials**. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, v. 374, n. 2074, 2016.

HUBBERT, M. K. **Energy from fossil fuels: experiment**. Science, v. 109, n. February, p. 103–109, 1949.

INTERNATIONAL ENERGY AGENCY. **Key World Energy Statistics**. Disponível em: <<https://www.iea.org/statistics/kwes/consumption/>>. Acesso em: 21 dez 2018.

KANEKO, G. H. **Projeto e Construção de um Motor Termomagnético Tipo Tesla**. . Maringá: [s.n.]. , 2018

KARLE, A. **The thermomagnetic Curie-motor for the conversion of heat into mechanical energy**. International Journal of Thermal Sciences, v. 40, n. 9, p. 834–842, 2001.

LOZANO, J. A.; ENGELBRECHT, K.; BAHL, C. R. H.; NIELSEN, K. K.; BARBOSA JR., J. R.; PRATA, A. T.; PRYDS, N. **Experimental and numerical results of a high frequency rotating active magnetic refrigerator**. International Journal of Refrigeration, v. 37, n. 1, p. 92–98, 2014.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. 2ª Ed. ed. Rio de Janeiro: LTC Editora S.A., 2004.

MEGLOBAL. **Ethylene Glycol Table of Contents**. Disponível em: <[http://www.meglobal.biz/media/product\\_guides/MEGlobal\\_MEG.pdf](http://www.meglobal.biz/media/product_guides/MEGlobal_MEG.pdf)>. Acesso em: 10 fev 2019.

MEYER, J. P.; LIEBENBERG, L. **Heat transfer characteristics of smooth circular tubes with different inlet geometries in the transitional flow regime**. n. December, 2009.

MURAKAMI, K.; NEMOTO, M. **Some Experiments and Considerations on the Behavior of Thermomagnetic Motors**. IEEE Transactions on Magnetics, v. 8, n. 3, p. 387–389, 1972.

NELLIS, G.; KLEIN, S. **Heat Transfer**. 1ª Ed. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2009. Disponível em: <[www.cambridge.org/9780521881074](http://www.cambridge.org/9780521881074)>.

NIELSEN, K. K.; BAHL, C. R. H.; SMITH, A.; BJØRK, R.; PRYDS, N.; HATTEL, J. **Detailed numerical modeling of a linear parallel-plate Active Magnetic Regenerator**. International Journal of Refrigeration, v. 32, n. 6, p. 1478–1486, 2009.

NIELSEN, K. K.; TUSEK, J.; ENGELBRECHT, K.; SCHOPFER, S.; KITANOVSKI, A.; BAHL, C. R. H.; SMITH, A.; PRYDS, N.; POREDOS, A. **Review on numerical modeling of active magnetic regenerators for room temperature applications**. International Journal of Refrigeration, v. 34, n. 3, p. 603–616, 2011.

- PECHARSKY, V. K.; GSCHNEIDNER, K. A.; PECHARSKY, A. O.; TISHIN, M. **Thermodynamics of the magnetocaloric effect**. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, v. 64, n. 14, p. 1444061–14440613, 2001.
- PECHARSKY, V. K.; GSCHNEIDNER, K. A. **Magnetocaloric effect from indirect measurements: Magnetization and heat capacity**. *Journal of Applied Physics*, v. 86, n. 1, p. 565–575, 1999.
- PECHARSKY, V. K.; GSCHNEIDNER, K. A. **Giant Magnetic Effect in Gd<sub>5</sub>(Si<sub>2</sub>Ge<sub>2</sub>)**. *Physical Review Letters*, v. 78, n. 23, p. 4494–4497, 1997.
- PETERSEN, T. F.; ENGELBRECHT, K.; BAHL, C. R. H.; ELMEGAARD, B.; PRYDS, N.; SMITH, A. **Comparison between a 1D and a 2D numerical model of an active magnetic regenerative refrigerator**. *Journal of Physics D: Applied Physics*, v. 41, n. 10, 2008.
- ROSER, M.; OSPINA, E. O.; HANNAH, R. **World Population Growth**. Disponível em: <<https://ourworldindata.org/world-population-growth>>. Acesso em: 13 dez 2018.
- SIDDIKOV, B. M.; WADE, B. A.; SCHULTZ, D. H. **Numerical simulation of the active magnetic regenerator**. *Computers and Mathematics with Applications*, v. 49, n. 9–10, p. 1525–1538, 2005.
- SMITH, A.; NIELSEN, K. K.; CHRISTENSEN, D. V.; BAHL, C. R. H.; BJØRK, R.; HATTEL, J. **The demagnetizing field of a nonuniform rectangular prism**. *Journal of Applied Physics*, v. 107, n. 10, 2010.
- SMITH, A.; BAHL, C. R. H.; BJØRK, R.; ENGELBRECHT, K.; NIELSEN, K. K.; PRYDS, N. **Materials challenges for high performance magnetocaloric refrigeration devices**. *Advanced Energy Materials*, v. 2, n. 11, p. 1288–1318, 2012.
- SMITH, A. **Who discovered the magnetocaloric effect? Warburg, Weiss, and the connection between magnetism and heat**. *European Physical Journal H*, v. 38, n. 4, p. 507–517, 2013.
- SOUZA, A. C. **Modelagem e Simulação de um Motor Termomagnético de Movimento Alternado**. . Maringá: [s.n.], 2017
- SPALDIN, N. A. **Magnetic Materials - Fundamentals and Applications**. 2nd Editio ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010.
- STAUSS, H. E. **Efficiency of Thermomagnetic Generator**. *Journal of Applied Physics*, v. 30, n. 10, p. 1622–1623, 1959.
- STEIJAERT, P. P. **Thermodynamical aspects of pulse-tube refrigerators**. 1999. Eindhoven University of Technology, 1999.
- TAKAHASHI, Y.; MATSUZAWA, T.; NISHIKAWA, M. **Fundamental performance of the disc-type thermomagnetic engir**. *Electrical Engineering in Japan (English translation of Denki Gakkai Ronbunshi)*, v. 148, n. 4, p. 26–33, 2004.
- TAM, L. M.; GHAJAR, A. J. **Heat Transfer Measurements and Correlations in the Transition Region for a Circular Tube with Three Different Inlet Configurations**. *Experimental Thermal and Fluid Science*, p. 79–90, 1994.

TAM, L. M.; GHAJAR, A. J. **Transitional heat transfer in plain horizontal tubes**. Heat Transfer Engineering, v. 27, n. 5, p. 23–38, 2006.

TESLA, N. **THERMO-MAGNETIC MOTOR**. . USA: [s.n.], 1889

TREVIZOLI, P. V. **Development of Thermal Regenerators for Magnetic Cooling Applications**. 2015. Federal University of Santa Catarina, 2015. Disponível em: <<http://abcm.org.br/upload/files/3DTese.pdf>>.

TREVIZOLI, P. V.; NAKASHIMA, A. T.; BARBOSA JR., J. R. **Performance evaluation of an active magnetic regenerator for cooling applications – part II: Mathematical modeling and thermal losses**. International Journal of Refrigeration, v. 72, p. 206–217, 2016.

UJIHARA, M.; CARMAN, G. P.; LEE, D. G. **Thermal energy harvesting device using ferromagnetic materials**. Applied Physics Letters, v. 91, n. 9, p. 1–4, 2007.

VACCUMSCHMELZE. **Rare Earth Permanent Magnets VACODYM-VACOMAX**. . [S.l.: s.n.]. Disponível em: <[https://www.vacuumschmelze.com/fileadmin/Medienbibliothek\\_2010/Downloads/DM/VACODYM-VACOMAX-PD002\\_2015\\_en.pdf](https://www.vacuumschmelze.com/fileadmin/Medienbibliothek_2010/Downloads/DM/VACODYM-VACOMAX-PD002_2015_en.pdf)>. Acesso em: 13 nov 2018.

WEBB, R. L.; KIM, N. H. **Principles of Enhanced Heat Transfer**. 2nd Editio ed. [S.l.]: Taylor & Francis, 2005.

WEISS, P.; PICCARD, A. **Le phénomène magnétocalorique**. Journal of Theoretical and Applied Physics, v. 7, n. 1, p. 103–109, 1917.

WRIGLEY, E. A. **Energy and the English Industrial Revolution Energy and the English Industrial Revolution**. n. January, 2013.

ZOU, C.; QUN, Z.; GUOSHENG, Z.; BO, X. **Energy revolution: From a fossil energy era to a new energy era**. Natural Gas Industry B, v. 3, n. 1, p. 1–11, 2016.



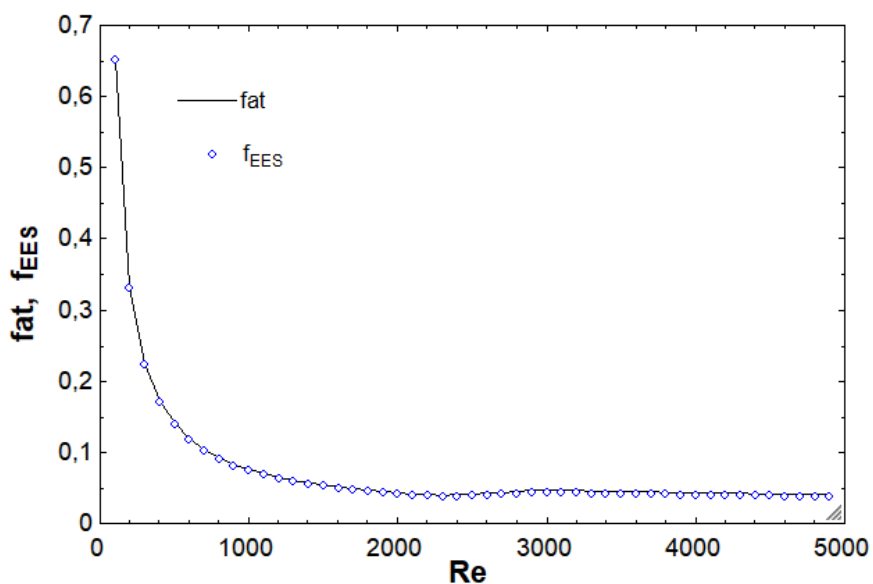
## APÊNDICE

Apêndice A – Seleção das equações de fator de atrito e número de Nusselt para a transferência de calor e sua implementação numérica.

Na seção 3.4.6 foi ressaltada a importância da escolha certa das equações relacionadas ao fator de atrito e número de Nusselt para o problema de transferência de calor no escoamento interno nos microcanais, de forma a obter um resultado numérico mais preciso com processo físico real. Estas foram selecionadas como sendo as utilizadas pelo software EES, que também estão presentes em Nellis e Klein (2009) e foram implementadas no código desenvolvido no Matlab. Para validar que a implementação das correlações foi realizada de forma correta, se fez uma comparação entre os resultados de saída do EES com a implementação das equações. Em todos os casos foram consideradas as equações para canais lisos com seção transversal circular de diâmetro  $D$ .

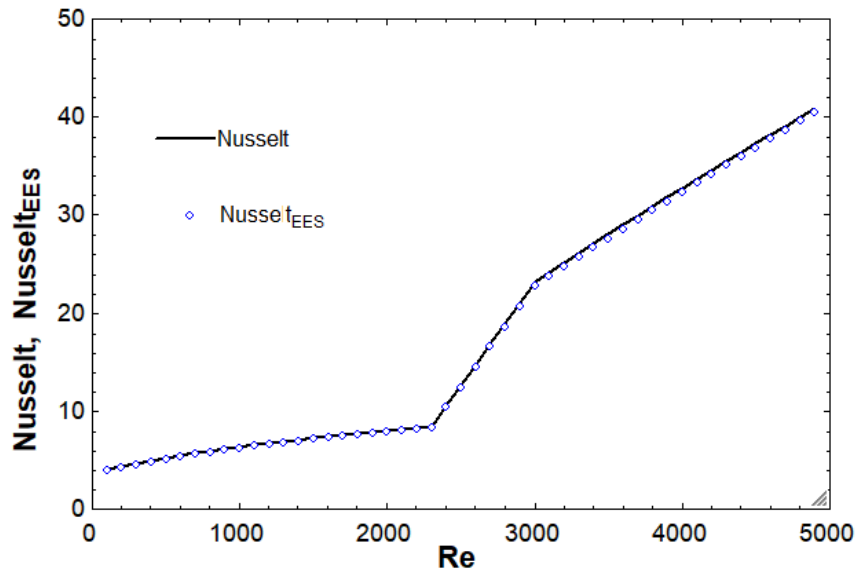
Analisando primeiro o comportamento das equações do fator de atrito e do número de Nusselt em relação ao número de Reynolds, tem-se as Figuras A.1 e A.2.

Figura A.1 – Gráfico  $f \times Re$  para diferentes valores de  $Re$ .



Fonte: o autor.

Figura A.2 – Gráfico  $Nu \times Re$  para diferentes valores de  $Re$ .

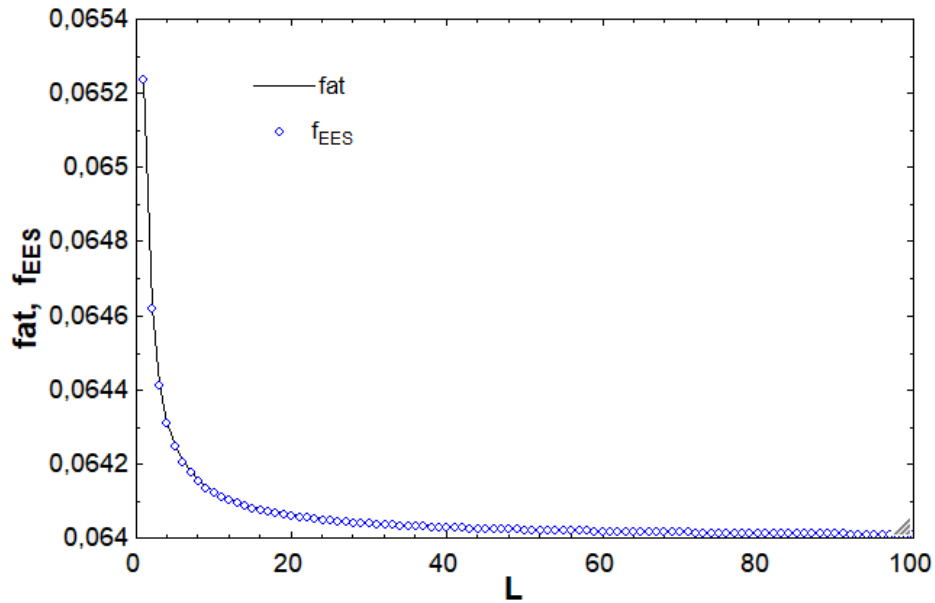


Fonte: o autor.

Analisando os gráficos das Figuras A.1 e A.2, é facilmente possível ver uma boa correlação entre as equações implementadas e o cálculo realizado pelo EES. Para confirmar este fato, gráficos para as três regiões, em relação à distância  $L$  do canal, juntamente com seus erros foram feitos.

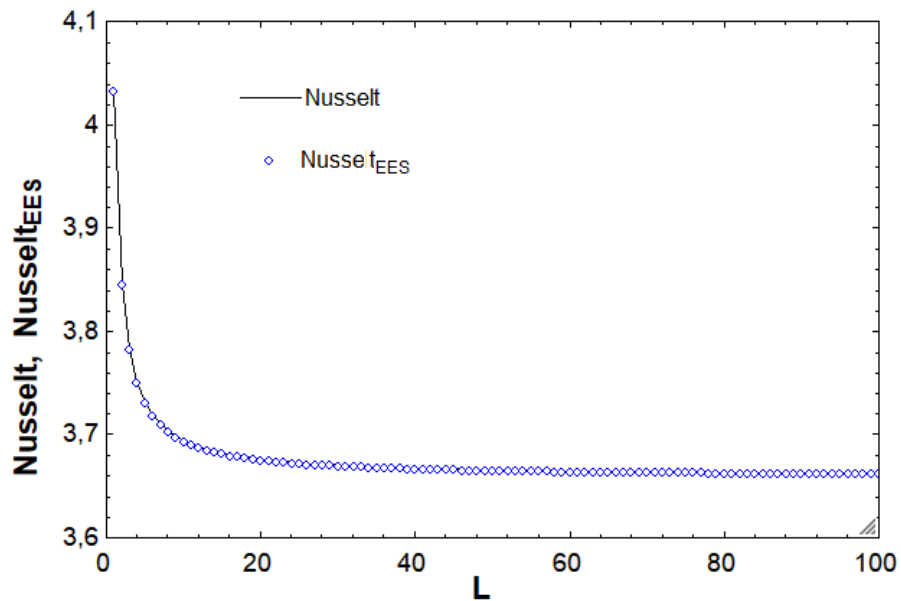
Para o caso de escoamento laminar ( $Re < 2300$ ), o fator de atrito ( $f$ ) e o número de Nusselt ( $Nu$ ) foram calculados de acordo com as Equações 3.37 e 3.42. O seu comportamento ao longo de um canal com comprimento de 100mm e diâmetro de 1mm é dado pelas Figuras A.3 e A.4

Figura A.3 – Gráfico  $f \times L$  para o escoamento laminar.



Fonte: o autor.

Figura A.4 – Gráfico  $Nu \times L$  para o escoamento laminar.

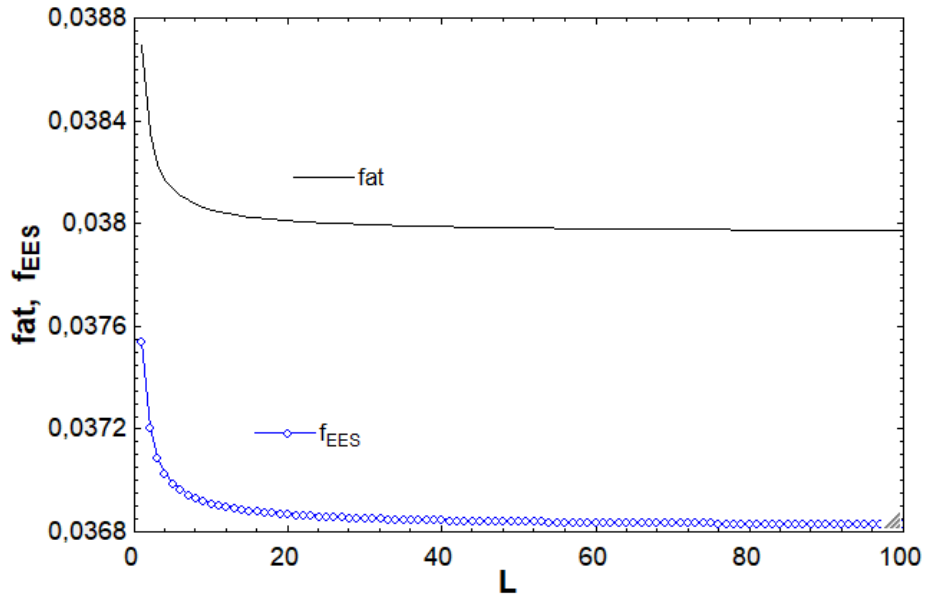


Fonte: o autor.

Para o caso com escoamento laminar, como a mesma equação foi utilizada tanto pelo EES quanto implementado, as curvas dos gráficos das Figuras A.3 e A.4 são coincidentes. Para o escoamento turbulento, não foi utilizada a mesma equação usada pelo EES. Isso gerou

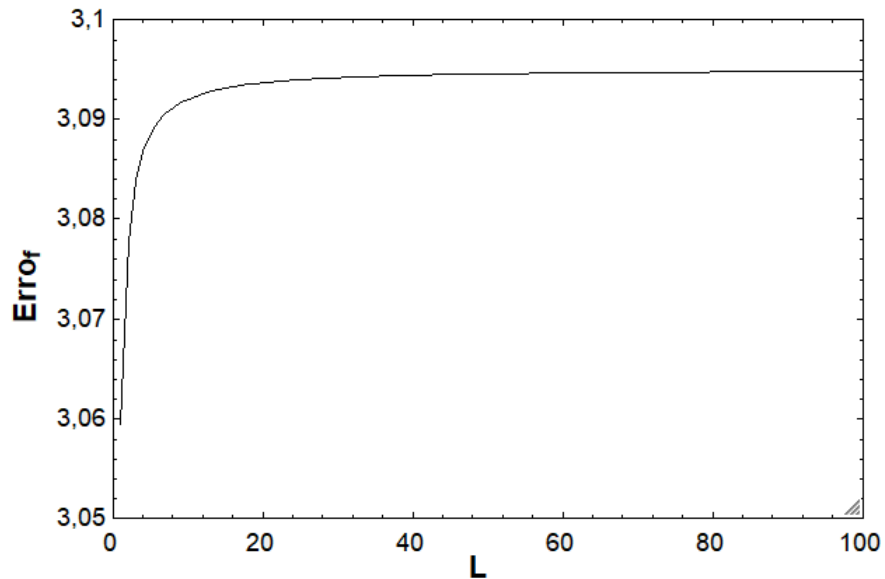
uma pequena variação nos resultados, juntamente com a ferramenta da média ponderada para o escoamento de transição.

Figura A.5 – Gráfico  $f \times L$  para o escoamento de transição.



Fonte: o autor.

Figura A.6 – Erro entre a equação do fator de atrito para escoamento turbulento utilizada em comparação com o EES.

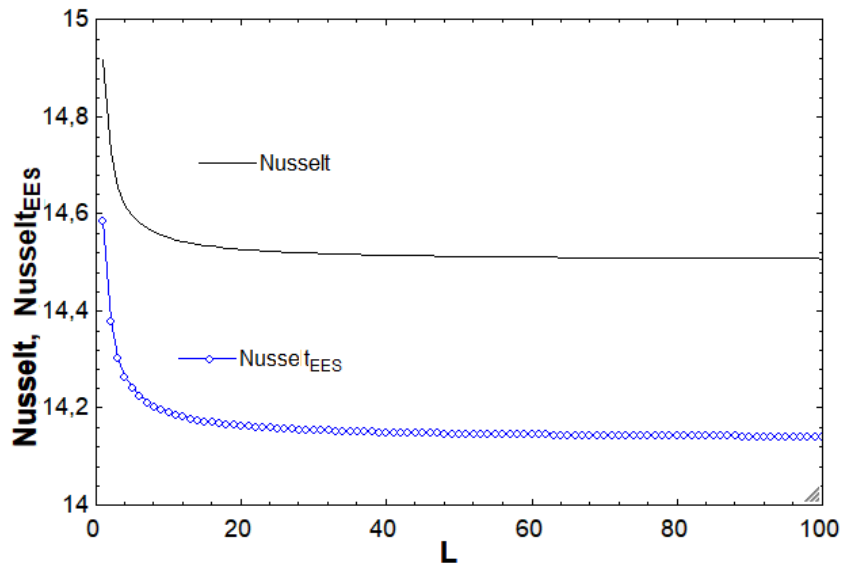


Fonte: o autor.

Nas Figuras A.5 à A.8, é possível ver que os valores saem um pouco dos valores calculado pelo EES, por conta de na média ponderada entrar o termo do fator de atrito para

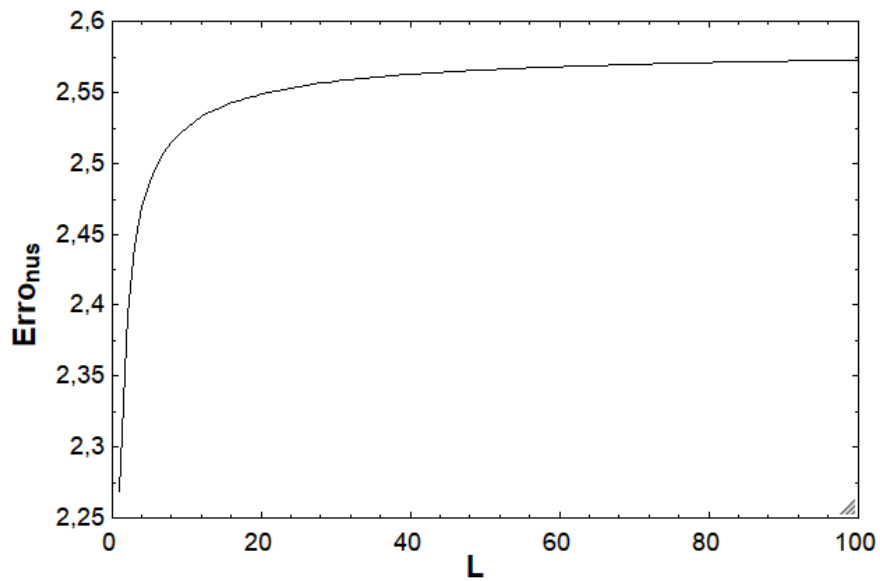
escoamento turbulento, a qual se utilizou uma diferente em relação ao software. Como é de se esperar das correlações presentes no contexto da transferência de calor, há uma diferença entre elas. Neste caso, os erros chegam à 2,55% para o número de Nusselt e 3,09% para o fator de atrito.

Figura A.7 – Gráfico  $Nu \times L$  para o escoamento de transição.



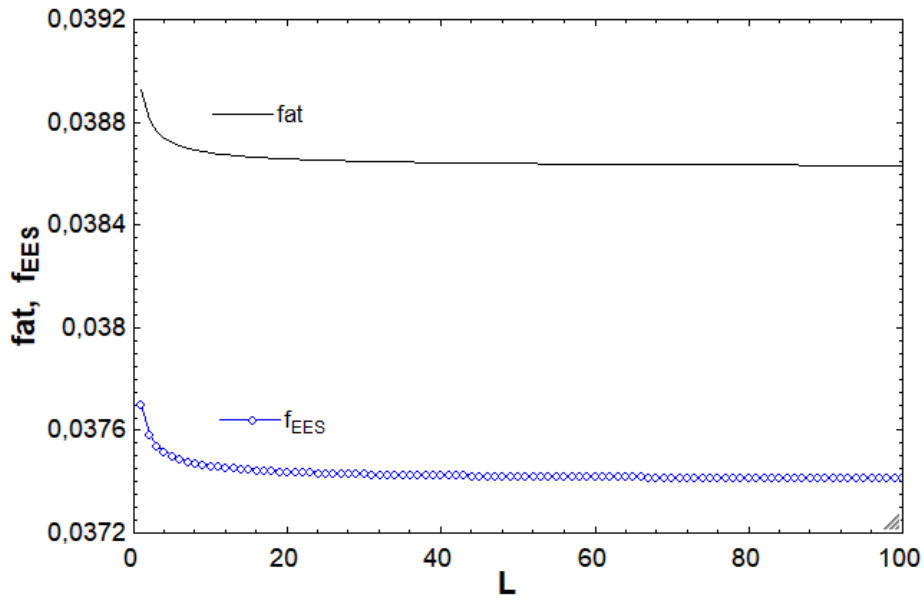
Fonte: o autor.

Figura A.8 – Erro entre a equação do número de Nusselt para escoamento de transição utilizada em comparação com o EES.



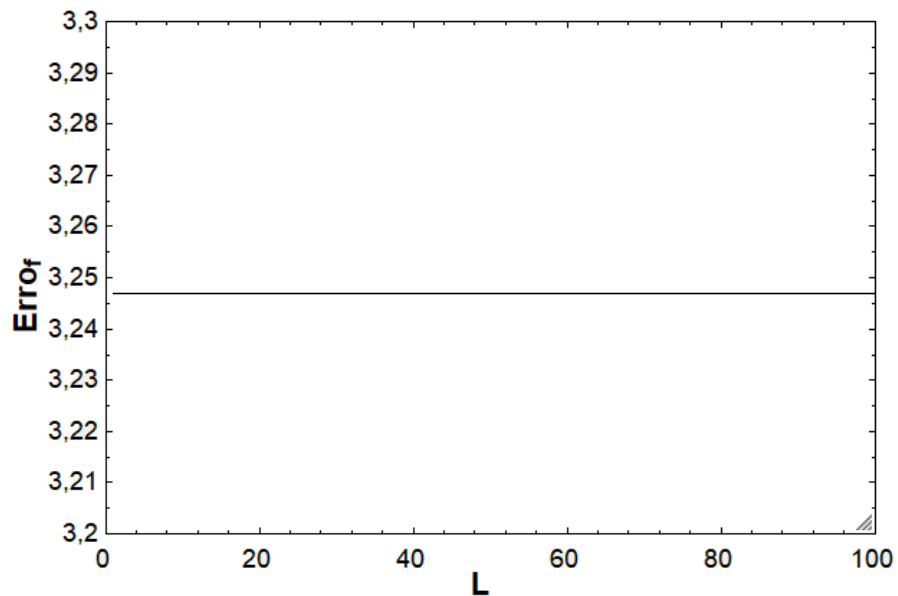
Fonte: o autor.

Figura A.9 – Gráfico  $f \times L$  para o escoamento turbulento.



Fonte: o autor.

Figura A.10 – Erro entre a equação do fator de atrito para escoamento turbulento utilizada em comparação com o EES.

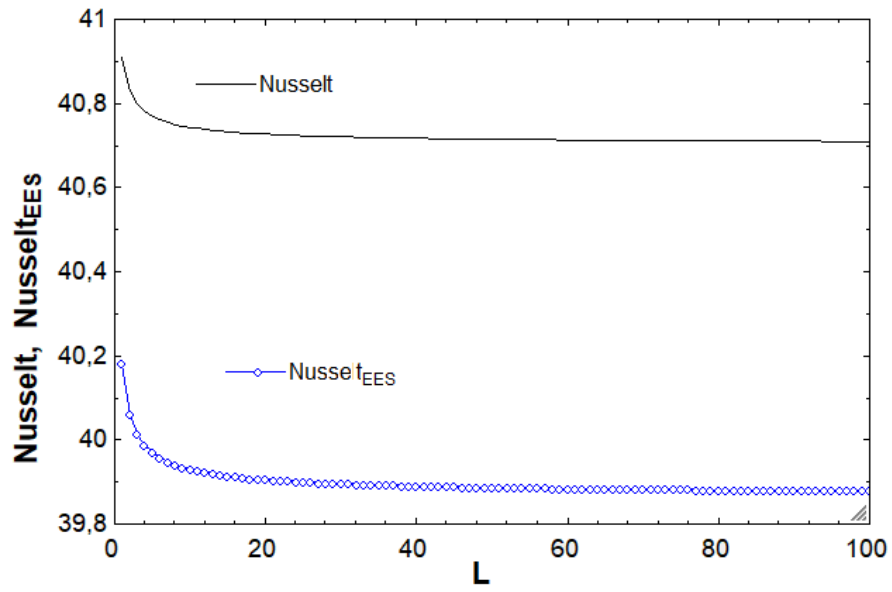


Fonte: o autor.

Para o escoamento turbulento, os erros chegaram à 3,25% para os valores do fator de atrito e 2,05% para o número de Nusselt.

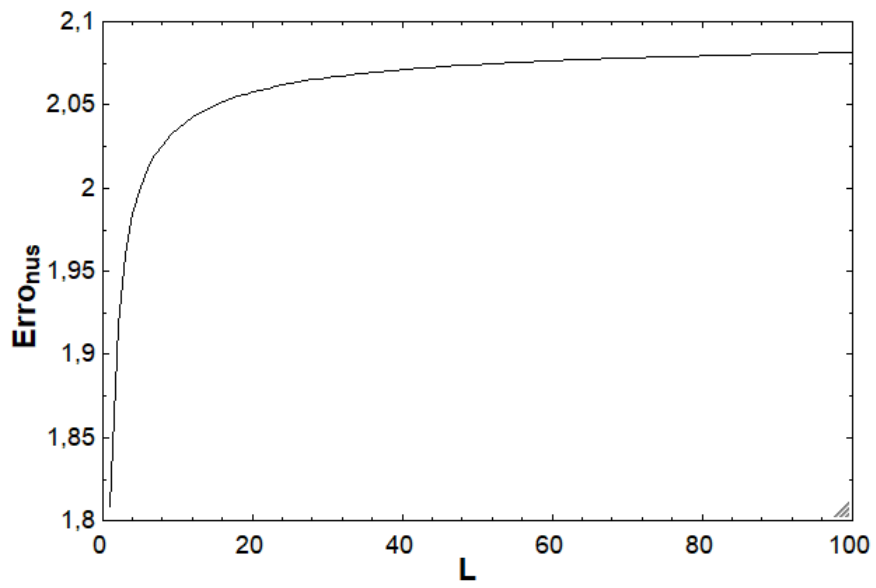
Os valores de erro encontrado entre o cálculo do EES com as equações implementadas são baixos, como esperado, e por isso podem ser usados sem perda na precisão dos resultados.

Figura A.11 – Gráfico  $Nu \times L$  para o escoamento turbulento.



Fonte: o autor.

Figura A.12 – Erro entre a equação do número de Nusselt para escoamento turbulento utilizada em comparação com o EES.



Fonte: o autor.